

文章编号:0451-0712(2006)08-0122-05

中图分类号:U412.1

文献标识码:A

# 基于离差最大化的灰色关联分析法在公路网综合评价中的应用

肖新平<sup>1</sup>, 李福琴<sup>1</sup>, 涂金忠<sup>2</sup>

(1. 武汉理工大学理学院 武汉市 430063; 2. 湖北宜昌小溪塔高中 宜昌市 443000)

**摘 要:** 将灰色关联分析法应用于公路网综合评价,且采用离差最大化方法确定权重,克服了人为主观因素的影响,使结果更加客观公正合理,并在此基础上对评价结果进行了灰色聚类分析,使综合评价得到进一步研究。方法运算简单,直观适用。

**关键词:** 公路网; 综合评价; 灰色关联分析法; 离差最大化; 权重系数; 灰色聚类

公路网属于多指标的复杂系统,评价指标具有层次多、涉及面广等特点,如何建立一套比较完善、合理的评价体系,利用科学的手段对其进行客观、准确的评价,一直是各级公路规划部门研究的重点问题。公路网综合评价的技术要点在于:评价指标的选取与权重的确定。由于公路网分析与评价的重要性,一直以来,受到学者和专家们的广泛重视,并建立了不少评价体系。除了常见的模糊综合评价法、层次分析法等外,文献[2]将 DEA 方法引入公路网的综合评价;文献[3,4]用传统的主成分分析法对公路网现状做出综合评价,克服了权重难以确定的问题,但主成分分析法主要是原始数列的线性组合,它对于原始数列存在着非线性关系时是不大适用的;文献[5]提出了一种基于模糊理论和神经网络技术的综合评价方法,并对神经网络输入、输出指标属性值的量化方法进行了讨论,建立了两类公路网综合评价模型。本文则对公路网的综合评价提出了一种新思路:由于公路系统本身是一个灰色系统,故将灰色关联分析法应用于公路网综合评价;同时,在各指标权重问题上,本文采用了基于离差最大化(文献[6])确定权重的方法,其主要依赖于评价指标的实际数据,克服了人为因素的影响;在给出排序结果之后,本文继续做了灰色聚类分析,使公路网评价能够更直观,更易于比较。

## 1 公路网综合评价指标体系的建立

对现状的公路网进行分析评价,主要是从道路条件、交通条件、服务水平和通达深度等 4 个方面进行。本文本着科学性、系统性、可行性及可比性的原则,选择了网等级水平  $J_N$ 、网平均车速  $V_N$ 、网拥挤度  $S_N$ 、网里程饱和率  $\rho_N$ 、网连通度  $D_N$ 、网综合密度  $\delta$  等作为公路网综合评价指标。

## 2 公路网综合评价的灰色关联分析法系统评价模型

灰色系统关联分析法的基本思路是:根据各比较数列集构成的曲线族,与参考数列构成的曲线间的几何相似程度来确定比较数列集与参考数列间的关联度。比较数列构成的曲线与参考数列构成的曲线的几何形状越相似,其关联度越大。将待评对象集作为比较数列集,最优方案作为参考数列,则可利用灰色系统评价原理进行公路网的综合评价。

### 2.1 灰色关联度

设  $x_{ij}(i=1,2,\dots,n;j=1,2,\dots,m)$  为公路网评价系统内第  $i$  个评价对象中第  $j$  个指标的原始值,设  $x_{0j}$  为第  $j$  个指标在各评价对象中的最优值(“效益”型指标取该指标在各评价对象中的最大值,“成本”型指标取该指标在各评价对象中的最小值),于是  $X_0=(x_{01},x_{02},\dots,x_{0m})$  为该系统内的最优指标集(所对应的方案为最优方案),即参考数列。 $n$  个方案的指标值构成的矩阵为比较数列集,即:

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

由于各个指标属于不同的数量级,没有统一的度量标准,所以在进行灰色关联分析之前要对原始数据进行标准化处理,使之无量纲化和归一化。

对于“效益性”指标:

$$x'_{ij}=\frac{x_{ij}-\min_i x_{ij}}{\max_i x_{ij}-\min_i x_{ij}} \tag{1}$$

对于“成本性”指标:

$$x'_{ij}=\frac{\max_i x_{ij}-x_{ij}}{\max_i x_{ij}-\min_i x_{ij}} \tag{2}$$

从而可得规范化矩阵  $X'=(x'_{ij})_{n\times m}$ ,显然矩阵  $X'$  中每一列里都有一个元素是 0,一个元素是 1。设  $\Delta_{ij}=|x'_{0j}-x'_{ij}|$ ,  $\Delta_{\min}=\min_i \min_j \Delta_{ij}$ ,  $\Delta_{\max}=\max_i \max_j \Delta_{ij}$ , ( $i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m$ ),则第  $i$  个评价对象第  $j$  种指标与第  $j$  个最佳指标的灰色关联系数  $\xi_{ij}$  为:

$$\xi_{ij}=\frac{\Delta_{\min}+\rho\Delta_{\max}}{\Delta_{ij}+\rho\Delta_{\max}} \quad (i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m) \tag{3}$$

式中: $\rho$  为分辨系数,  $\rho\in[0,1]$ ,一般取  $\rho=0.5$ 。由  $X'$  和  $x'_{0j}$  的特点,实际上有:

$$\Delta_{\min}=\min_i \min_j \Delta_{ij}=0, \Delta_{\max}=\max_i \max_j \Delta_{ij}=1$$
$$\text{则 } \xi_{ij}=\frac{0.5}{\Delta_{ij}+0.5}$$

由上得关联系数矩阵:

$$E=\begin{bmatrix} \xi_{11} & \cdots & \xi_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ \xi_{n1} & \cdots & \xi_{nm} \end{bmatrix}$$

设  $\omega_k(k=1,2,\cdots,m)$  为第  $k$  个指标的权重,

$\sum_{k=1}^m \omega_k=1, \omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)$  表示权重向量,则关联度  $r_{0i}=\sum_{k=1}^m \omega_k \xi_{ik}$  表示第  $i$  个评价对象与最优方案的关联度。

2.2 运用离差最大化方法确定权重

离差最大化方法确定权重的原理是:若所有评价对象在属性  $u_j$  下的属性值差异越小,则说明该属性值对评价对象与排序所起的作用越小;反之,如果属性  $u_j$  能使所有评价对象的属性值有较大差异,则说明其对评价对象与排序将起重要作用。因此,从对

评价对象进行排序的角度考虑,评价对象属性值偏差越大的属性应该赋予越大的权重。特别地,若所有方案在属性值  $u_j$  下的属性值无差异,则属性  $u_j$  对评价对象排序将不起作用,可命其权重为 0。

对于某一多属性决策,设其决策矩阵为  $A=(a_{ij})_{n\times m}$ ,其规范化矩阵为  $R=(r_{ij})_{n\times m}$ ,假设属性权重为  $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m), \omega_j\geq 0, j\in M$ ,并满足单位化约束条件  $\sum_{j=1}^m \omega_j^2=1$ 。对于属性  $j$ ,用  $V_{ij}(\omega)$  表示评价对象  $x_i$  与其他所有评价对象之间的离差,则可定义:

$$V_{ij}(\omega)=\sum_{j=1}^m |r_{ij}\omega_j-r_{kj}\omega_j| \quad (i\in N, j\in M)$$

$$\text{令 } V_j(\omega)=\sum_{i=1}^n V_{ij}(\omega)$$
$$=\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |r_{ij}-r_{kj}|\omega_j \quad (j\in M)$$

则  $V_j(\omega)$  表示对属性  $u_j$  而言,所有方案与其他方案的总离差。根据上述分析,加权向量  $\omega$  的选择应使所有属性对所有方案的总离差最大。为此,构造如下最优化模型:

$$\begin{cases} \max V(\omega)=\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |r_{ij}-r_{kj}|\omega_j \\ \text{s. t. } \omega_j\geq 0, j\in M, \sum_{j=1}^m \omega_j^2=1 \end{cases} \tag{4}$$

解此最优化模型,应用拉格朗日最小二乘法得最优解为:

$$\omega_j^*=\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |r_{ij}-r_{kj}|}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |r_{ij}-r_{kj}|)}} \quad (j\in M)$$

由于传统的加权向量一般满足于归一化约束条件而不是单位化约束条件,因此在得到单位化权重向量  $\omega_j^*$  之后,还可以对其进行归一化处理,由此得到:

$$\omega_j=\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |r_{ij}-r_{kj}|}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |r_{ij}-r_{kj}|} \quad (j\in M) \tag{5}$$

2.3 单层次—关联分析系统评价

关联度  $r_{0i}$  越大,则说明第  $i$  个评价对象与最优方案最接近,亦即第  $i$  个评价对象优于其他评价对象,据此可排出各评价对象的优劣次序。

2.4 多层次—关联系统评价

在进行多层次评价时,每层次的关联度是权重系数乘以关联系数来实现的,得到一个层次的关联度后,将它作为下一个层次的原始数据,再重复进行求下一层次的关联度,以此类推至最高层。

表 1 各省(市)、地区公路网评价初始指标值

指标	网等级 $J_N(-)$	网车速 $V_N(+)$	网拥挤度 $S_N(-)$	网里程饱和率 $\rho_N(-)$	网连通度 $D_N(+)$	网综合密度 $\delta(+)$
上海市公路网	2.96	35.05	1.36	68	2.76	3.37
河南省干线网	2.91	46.9	0.989	47.56	1.9	4.26
陕西省干线网	3.2	37.7	1.11	39.4	1.5	4.49
陕西省公路网	3.89	30.6	1.19	43	1.4	8.92
宁波市公路网	3.97	68.8	2.3	73.9	2.465	7.74
鹤壁市公路网	4.1	35.3	1.08	55.2	1.84	9
安阳市公路网	3.34	34.8	1.56	78.8	2.69	5.12
安康市公路网	4.13	26.87	0.96	59.51	3.82	7.61
肇庆市公路网	4.05	24	2.2	72	1.05	17.95

注:指标(+)为效益性指标,(-)为成本性指标。

(1)对原始数据进行处理,以消除量纲量级的影响,并在标准化矩阵基础上得出各指标权重。

3 实例分析  
采用了文献[2]给出的评价案例,对国内 9 个省(市)、地区的公路网状况进行综合评价,具体指标数据见表 1 所示。

利用式(1)和式(2)对上述各公路网评价指标进行标准化处理,如表 2 所示。

表 2 各公路网评价标准化指标值

指标	网等级 $J_N(-)$	网车速 $V_N(+)$	网拥挤度 $S_N(-)$	网里程饱和率 $\rho_N(-)$	网连通度 $D_N(+)$	网综合密度 $\delta(+)$
上海市公路网	0.959 0	0.246 7	0.701 5	0.274 1	0.617 3	0
河南省干线网	1.000 0	0.511 2	0.978 4	0.792 9	0.306 9	0.061 0
陕西省干线网	0.762 3	0.305 8	0.888 1	1.000 0	0.162 5	0.076 8
陕西省公路网	0.196 7	0.147 3	0.828 4	0.908 6	0.126 4	0.380 7
宁波市公路网	0.131 1	1.000 0	0	0.124 4	0.510 8	0.299 7
鹤壁市公路网	0.024 6	0.252 2	0.910 4	0.599 0	0.285 2	0.386 1
安阳市公路网	0.647 5	0.241 1	0.552 2	0	0.592 1	0.120 0
安康市公路网	0	0.064 1	1.000 0	0.489 6	1.000 0	0.290 8
肇庆市公路网	0.065 6	0	0.074 6	0.172 6	0	1.000 0

对该标准化指标值,应用离差最大化算法,将该标准化矩阵值代入式(5),得出各指标权重为  $\omega=(0.206\ 3, 0.134\ 2, 0.180\ 3, 0.187\ 5, 0.155\ 3, 0.136\ 4)$ 。

(2)求各评价对象与最优方案的关联系数。  
先求出各公路网与最优方案的绝对差,即求  $\Delta_{ij}=|x'_{0j}-x'_{ij}|$ ,得出差值矩阵,再根据式(3)计算出各个关联系数,得到如下的关联系数矩阵,见表 3。

(3)关联度排序与分析。  
利用式(4)计算得到各公路网的关联度为:  
 $R=(0.567\ 0, 0.692\ 0, 0.636\ 8, 0.538\ 9, 0.473\ 1, 0.505\ 8, 0.466\ 9, 0.600\ 2, 0.438\ 7)$

表 3

$k$	1	2	3	4	5	6
$\xi_1(k)$	0.924 2	0.398 9	0.626 2	0.407 9	0.566 5	0.333 3
$\xi_2(k)$	1.000 0	0.505 6	0.958 5	0.707 1	0.419 1	0.347 5
$\xi_3(k)$	0.677 8	0.418 7	0.817 1	1.000 0	0.373 8	0.351 3
$\xi_4(k)$	0.383 6	0.369 6	0.744 4	0.845 5	0.364 0	0.446 7
$\xi_5(k)$	0.365 3	1.000 0	0.333 3	0.363 5	0.505 5	0.416 6
$\xi_6(k)$	0.338 9	0.400 7	0.848 1	0.554 9	0.411 6	0.448 9
$\xi_7(k)$	0.586 5	0.397 2	0.527 6	0.333 3	0.550 7	0.362 3
$\xi_8(k)$	0.333 3	0.348 2	1.000 0	0.494 9	1.000 0	0.413 5
$\xi_9(k)$	0.348 6	0.333 3	0.350 8	0.376 7	0.333 3	1.000 0

关联度越大,则其与最优方案越为接近,从而其综合评价结果越优,从而可得排序为: $r_2, r_3, r_8, r_1, r_4, r_6, r_5, r_7, r_9$ 。从结果可以看出,陕西省干线网、河南省干线网和安康公路网分列前 3 位,此结论与文献[2,3,4,5]的结论是基本一致的。

(4)灰色聚类分析。

为了对各公路网现状更好地分析,我们对其做灰色聚类分析,其步骤是:由公式  $e_{ij} = \frac{|r_i - r_j|}{r_j}$  得关

联度差异矩阵  $E_s = (r_{ij})_{n \times m}$ ; 计算差异距离矩阵  $D_s = (d_{ij})_{n \times m}$ , 其中  $d_{ij} = r_{ij} + r_{ji}$ ; 再由差异距离矩阵  $D_s$  得一新矩阵  $G = (g_{ij})_{n \times m}$ , 其中  $g_{ij} = 1 - \frac{d_{ij}}{\max(D_s)}$ ,  $\max(D_s)$  表示矩阵  $D_s$  中的最大值元素。可以证明, 矩阵  $G$  是灰色相似关系矩阵(参见文献[1])。

由上述公式可计算得到:

$E_s =$	0	0.180 6	0.109 6	0.052 1	0.198 5	0.121 0	0.214 4	0.055 3	0.292 5
	0.220 5	0	0.086 7	0.284 1	0.462 7	0.368 1	0.482 1	0.152 9	0.577 4
	0.123 1	0.079 8	0	0.181 7	0.346 0	0.259 0	0.363 9	0.061 0	0.451 6
	0.049 6	0.221 2	0.153 7	0	0.139 1	0.065 4	0.154 2	0.102 1	0.228 4
	0.165 6	0.316 3	0.257 1	0.122 1	0	0.064 7	0.013 3	0.211 8	0.078 4
	0.107 9	0.269 1	0.205 7	0.061 4	0.069 1	0	0.083 3	0.157 3	0.153 0
	0.176 5	0.325 3	0.266 8	0.133 6	0.013 1	0.076 9	0	0.221	0.064 3
	0.058 6	0.132 7	0.057 5	0.113 8	0.268 7	0.186 6	0.285 5	0	0.368 1
	0.226 3	0.366 0	0.311 1	0.185 9	0.072 7	0.132 7	0.060 4	0.269 1	0
$G =$	1	0.574 8	0.753 3	0.892 2	0.614 1	0.757 3	0.585 6	0.879 3	0.450 1
	0.574 8	1	0.823 6	0.464 3	0.174 2	0.324 6	0.144 2	0.697 3	0
	0.753 3	0.823 6	1	0.644 5	0.360 7	0.507 4	0.331 5	0.874 4	0.191 6
	0.892 2	0.464 3	0.644 5	1	0.723 1	0.865 5	0.694 9	0.771 2	0.560 8
	0.614 1	0.174 2	0.360 7	0.723 1	1	0.858 2	0.972 0	0.490 8	0.839 8
	0.757 3	0.324 6	0.507 4	0.865 5	0.858 2	1	0.830 2	0.635 5	0.697 3
	0.585 6	0.144 2	0.331 5	0.694 9	0.972 0	0.830 2	1	0.462 0	0.867 8
	0.879 3	0.697 3	0.874 4	0.771 2	0.490 8	0.635 5	0.465 0	1	0.324 6
	0.450 1	0	0.191 6	0.560 8	0.839 8	0.697 3	0.867 8	0.324 6	1

在此,对矩阵  $G$  我们采用最大树聚类法,从最大树(图 1)可以看出,当  $\lambda$  由 0.972 0 下降至 0.823 6

时,所分的类由细变粗,逐渐归并,形成一个动态聚类图(图 2),动态聚类图直观地表示了整个分类系统。

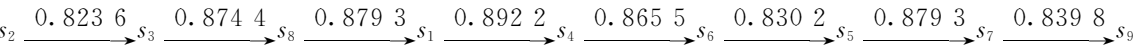


图 1

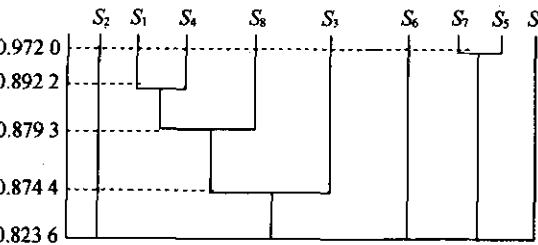


图 2

由上图可以看出,9 个公路网按现状分为 5 类: 其中  $s_2$  为最好一类,  $s_1, s_4, s_8, s_3$  为好的一类, 由于其相

差不是很大,我们可将其合并为一类;其余各为一类。

因此,我们将 9 个公路网分为 4 类,分别如下。

第 I 类:上海市公路网,河南省干线网,陕西省干线网,陕西省公路网,安康市公路网;

第 II 类:鹤壁市公路网;

第 III 类:宁波市公路网,安阳市公路网;

第 IV 类:肇庆市公路网。

第 I 类中的公路网相对最优,第 II 类公路网次之,第 III 类中的公路网相对较差,第 IV 类则为差的一类。此结果与文献[2]的结果是相同的。

#### 4 小结

本文应用灰色关联分析建立了公路网综合评价模型, 该方法是各评价对象与最优方案相比较而得出的排序, 其最优方案在系统内部产生, 具有可实现性、可行性与合理性。在权重方面, 采用了基于离差最大化确定权重的方法, 克服了人为主观因素的影响, 使结果更加客观公正合理, 排序的准确性进一步提高。在得出灰色关联度的基础上, 本文对例举公路网现状进一步做了灰色聚类分析, 使得各公路网之间易于比较, 相互取长补短。

#### 参考文献:

- [1] 肖新平, 邓旅成, 查金茂. 灰色系统分析理论及应用[M]. 大连海事大学出版社, 1997.

- [2] 李延忠, 杨印生. DEA 方法在公路网综合评价中的作用[J]. 公路交通科技, 2001, 18(4).
- [3] 朱泰英, 李姝菲, 赵明. 加权主成分分析法在公路网综合评价中的应用[J]. 华北大学学报, 2003, 4(6).
- [4] 顾政华, 李旭宏. 主成分分析法在公路网综合评价中的应用[J]. 公路交通科技, 2003, 20(5).
- [5] 周伟, 张生瑞, 高行山. 基于模糊理论和神经网络技术的公路网综合评价方法研究[J]. 中国公路学报, 1997, 10(4).
- [6] 王应明. 应用离差最大化方法进行多指标决策与排序[J]. 系统工程与电子技术, 1998, 20(7).
- [7] 汪泽焱. 一种基于最大离差和熵的多指标评价方法[J]. 解放军理工大学学报, 2002, 3(6).
- [8] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

## Application of Grey Relational Analysis Based on Maximizing Deviations to Comprehensive Evaluation for Highway Network

XIAO Xin-ping<sup>1</sup>, LI Fu-qin<sup>1</sup>, TU Jin-zhong<sup>2</sup>

(1. School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China;

2. XiaoXiTa Senior High School in Yichang City, Hubei Province, Yichang 443000, China)

**Abstract:** In this paper, the method of Grey Relational Analysis is applied in the comprehensive evaluation for highway network. And the weighting coefficients are determined by the method of maximizing deviations. It can overcome the subjective influence of decision-makers, and results are more impersonal, just and reasonable. On this base, the grey clustering analysis for evaluation results is given, and the further researches on the comprehensive evaluation are carried out. A case study shows that this method is feasible, simple and practicable.

**Key word:** highway network; comprehensive evaluation; grey relational analysis method; maximizing deviations; weighting coefficients; grey clustering

### 京津第二通道 10 月全线开工

在北京市各部门的积极推动下, 连接北京、天津及塘沽港的又一条快速通道——京津第二通道有望在 10 月份全线开工建设。

北京市委市政府高度重视京津高速公路第二通道的建设, 规划、国土和环保等部门密切配合, 加快审批。目前, 该项目规划方案、道路工程设计方案、立项、土地预审已经取得批复, 控制性工程预计 8 月中旬开工, 10 月份全线开工建设。

京津第二通道建成后将大大缓解目前京津塘高速公路的交通压力。北京段工程起点为朝阳区五环路化工路立交, 终点为通州区永乐店(市界), 与京津第二通道天津段线位相接, 全长 34.1 km。该工程按照高速公路标准设计, 建设行车速度为 100~120 km/h。