

空中客车系统的架设分析

包立新¹, 王 堃², 杨文军³

(1. 西南交通大学土木工程学院 成都市 610031; 2. 路桥集团第一公路工程局科研所 北京市 100024;

3. 重庆高速公路开发公司 重庆市 410074)

摘 要: 空中客车系统是一种新型的交通形式, 系统的架设过程有它的独特性。文中根据该系统的力学特点, 给出了承重索、轨索的无应力索长和各跨吊杆力的精细算法, 并计入了柔索伸长对其自重集度的影响。详细阐述了多跨系统的迭代过程, 分析了温度的影响。

关键词: 高空悬挂; 索; 迭代; 非线性

1 空中客车系统概况

空中客车系统的结构形式为高架悬挂式^[1], 如图 1 所示。在不破坏已有的公路、桥梁等结构物的前提下, 利用现有的交通线路的上部空间实现人群集散, 与陆上交通系统构成城市公共交通的立体构架, 是一种安全、可靠、舒适、美观而又经济的交通形式。空中客车系统的主要承重结构是双层索网结构, 即由上层的一股承重索和下层的两股轨索组成, 承重索与轨索之间通过吊杆连接在一起, 各索均施加了

强大的预加力。客车悬挂在高空轨索上行走。这种交通形式 20 世纪 70 年代开始出现, 到今天准备在重庆市架设一条现代的朝天门空中客车系统, 它跨越长江和嘉陵江。

在地形选定后, 空载下悬索系统的架设是最重要的工作了。这里的核心工作是确定各跨的塔高、吊索力、矢高及承重索和轨索的无应力索长。本文对悬索系统在恒载下的力学行为进行了分析。



图 1 空中客车系统总体布置

2 基本假定

- (1) 索是柔性的, 忽略其自身的抗弯刚度;
- (2) 索在弹性范围内工作, 满足虎克定律;
- (3) 无论是承重索还是轨索, 两吊杆之间的荷载是竖直均匀的。

3 公式的推导

单跨内缆索的受力如图 2 所示。

3.1 承重索的受力分析^[2,3]

空载状态下承重索的受力如图 3、图 4 所示。这

里计入索的伸长对索自重集度的影响, 以索两端的张力、无应力索长为变量。在 AB 索段内取一点 C 。 C 点在笛卡尔坐标系下的坐标为 (x, y) , 在 Lagrange 坐标系下为 S 。且设 AC 的无应力索长为 S_0 , q 为无应力时索的自重集度, EA 为索轴向刚度, 其余符号意义见图 3、图 4 所示。

由力的平衡条件可得:

$$\sum x = 0 : T \cdot \frac{dx}{ds} = H \quad (1)$$

$$\sum y = 0 : T \cdot \frac{dy}{ds} = S_0 \cdot q - V \quad (2)$$

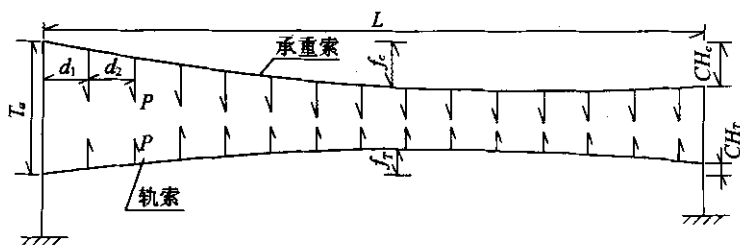


图2 空缆时单跨缆索受力

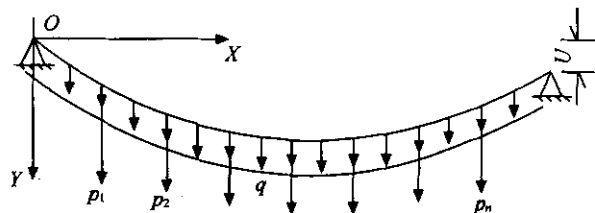


图3 承重索的受力

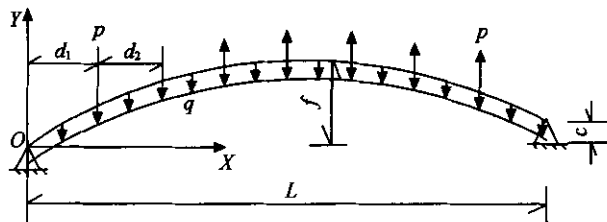


图5 轨索的受力

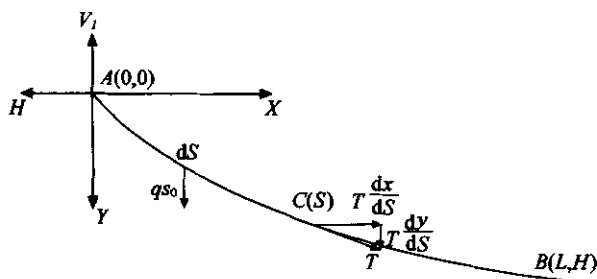


图4 承重索微元段自重作用下的受力

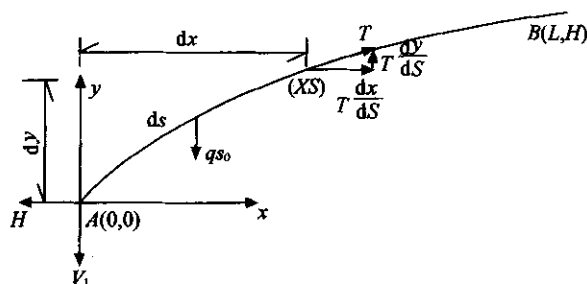


图6 轨索微元段自重作用下的受力

由几何条件可得：

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = 1,$$

$$T = \sqrt{H^2 + (q \cdot S_0 - V)^2} \quad (3)$$

由虎克定律可得：

$$\frac{dS}{dS_0} = 1 + \frac{T}{EA} \quad (4)$$

综合式(1)~式(4)，并引入边界条件 (\$x(0) = 0\$) 有：

$$x(S_0) = \frac{H \cdot S_0}{EA} + \frac{H}{q} \ln \frac{q \cdot S_0 - V + \sqrt{H^2 + (q \cdot S_0 - V)^2}}{\sqrt{H^2 + V^2} - V} \quad (5)$$

$$y(S_0) = \frac{(q \cdot S_0 - V)^2 - V^2}{2EAq} + \frac{1}{q} [\sqrt{H^2 + (q \cdot S_0 - V)^2} - \sqrt{H^2 + V^2}] \quad (6)$$

式中：\$T\$ 为轴向力；\$H\$ 为水平分力；\$V\$ 为竖直分力。

3.2 轨索的受力分析

空载状态下轨索的受力如图5、图6。其推导过程与承重索相同，有：

$$x(S_{T0}) = \frac{H_T \cdot S_{T0}}{EA_T} + \frac{H_T}{q_T} \ln \frac{q_T \cdot S_{T0} + V_{T1} + \sqrt{H_T^2 + (q_T \cdot S_{T0} + V_{T1})^2}}{\sqrt{H_T^2 + V_{T1}^2} + V_{T1}} \quad (7)$$

$$y(S_{T0}) = \frac{(q_T \cdot S_{T0} + V_{T1})^2 - V_{T1}^2}{2EA_T q_T} + \frac{1}{q} [\sqrt{H_T^2 + (q_T \cdot S_{T0} + V_{T1})^2} - \sqrt{H_T^2 + V_{T1}^2}] \quad (8)$$

式中：\$S_{T0}\$ 为轨索无应力索长；\$q_T\$ 为轨索的自重集度（包括作用在其上的均布荷载）；\$A_T\$ 为轨索的有效面积；\$H_T\$ 为轨索水平分力；\$V_{T1}\$ 为轨索竖直分力；\$f\$ 为跨中点矢高；\$C\$ 为两支点高差；

4 悬索系统的架设分析

空中客车系统的架设计算与悬索桥有所不同，悬索桥是已知成桥下的各吊杆位置和吊杆力，而空中客车系统的吊杆力是待求的，且各跨的吊杆力有可能是不同的。我们预先已知某一主跨的承重索形状和最大工作应力，据此来反求各吊杆力，吊杆力在同一跨内是相同的。

4.1 主跨的计算

4.1.1 承重索的计算

任选一跨为主跨,这一跨的承重索索形、塔高由设计确定。根据承重索的索形,求出主跨内吊杆力及各段无应力索长,其迭代格式如下:

(1)假定支座处反力 V_1^1 和吊杆力 P ;

(2)根据式(5),求出在 V_1^1 、水平力 $H = A \cdot \sigma$ (σ 为承重索水平方向上的工作应力)时对应于第一段吊杆水平距离 ($x(S_0)^1 = L^1$) 的无应力索长 S_0^1 ;

(3)根据式(6)求出 y_1 ;

(4)节点平衡(如图7),图示方向为“+”,有 $V_1^{i+1} = V_2^i - P = V_1^i - q \cdot S_0^i - P$, H 不变,再回到(2)、(3)求出全部的 y_i ;

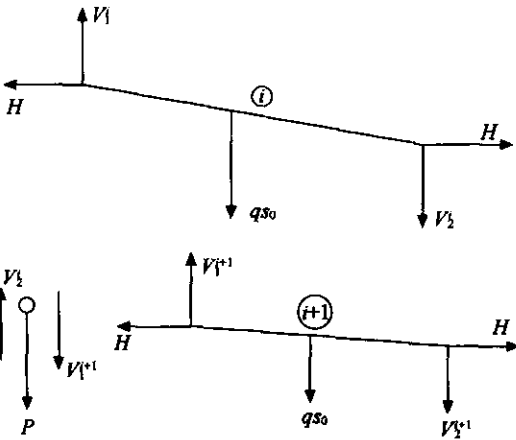


图7 承重索节点受力

(5)检查式 $\Delta_1 = \left| \sum_{i=1}^{n/2} y_i \right| - f \leq \epsilon$ (ϵ 为给定的某一小值),若满足则进行下一步,若不满足则 $V_1^1 = V_1^1 + \Delta_1 / DV$;

(6)检查式 $\Delta_2 = \left| \sum_{i=1}^n y_i \right| - c \leq \epsilon$,若满足则结束循环,若不满足则 $P = P + \Delta_2 / DP$ 回到(1)。

4.1.2 DV、DP 的确定

对式(5)、式(6)变分可得:

$$DV = \sum_{i=1}^{n/2} \left\{ -\frac{S_0^i}{EA} + \frac{1}{q} \left[\frac{V_1^i - q \cdot S_0^i}{\sqrt{H^2 + (qS_0^i - V_1^i)^2}} - \frac{V_1^i}{\sqrt{H^2 + V_1^i^2}} \right] \right\} \quad (9)$$

$$DP = \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{S_0^i}{EA} + \frac{1}{q} \left[\frac{V_1^i - q \cdot S_0^i}{\sqrt{H^2 + (qS_0^i - V_1^i)^2}} - \frac{V_1^i}{\sqrt{H^2 + V_1^i^2}} \right] \right\} \cdot (i-1) \quad (10)$$

式中 S_0^i 、 V_1^i 分别为第 i 段索的无应力索长和左端反力。至此,可以确定承重索的无应力索长和吊杆力。

4.1.3 轨索的计算

现在对于主跨轨索而言,各吊杆力已知为 $-P$ (“-”表示轨索吊杆力方向向上),轨索的预期形状已知为:跨中矢高等于 f_T 、两支点高差等于 c_T 。于是可以求出轨索的支反力 H_T 、 V_{T1}^1 和各段的无应力索长,迭代格式如下:

(7)假定支座处反力 V_T 和水平推力 H_T ;

(8)根据式(7)求出在反力 V_T 、水平力 H_T 时对应于第一段吊杆水平距离 ($x(S_0)^1 = L^1$) 的无应力索长 S_0^1 ;

(9)根据式(8)求出 y_1 ;

(10)节点平衡(如图8),图示方向为“+”,有: $V_{T1}^{i+1} = V_{T2}^i + P = V_{T1}^i + q_T \cdot S_{T0}^i + P$, H_T 不变,再回到(8)、(9)求出全部的 y_i ;

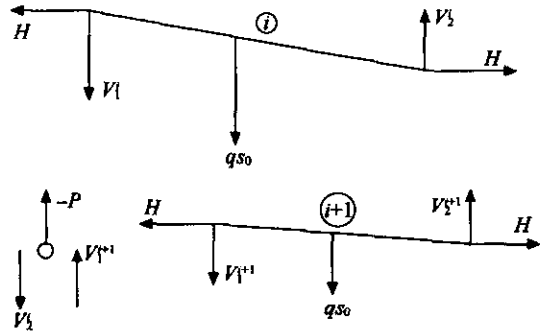


图8 轨索节点受力

(11)检查式 $\Delta_1 = \left| \sum_{i=1}^{n/2} y_i \right| - f_T \leq \epsilon$ (ϵ 为给定的某一小值),若满足则进行下一步,若不满足则 $H_T = H_T + \Delta_1 / DH_T$;

检查式 $\Delta_2 = \left| \sum_{i=1}^n y_i \right| - c_T \leq \epsilon$,若满足则结束循环,若不满足则 $V_{T1}^1 = V_{T1}^1 + \Delta_2 / DV_T$ 回到(7)。

4.1.4 DH_T 、 DV_T 的确定

对式(7)、式(8)变分可得:

$$DH_T = \sum_{i=1}^{n/2} \frac{1}{q_T} \left[\frac{H_T}{\sqrt{H_T^2 + (q_T \cdot S_{T0}^i + V_{T1}^i)^2}} - \frac{H_T}{\sqrt{H_T^2 + V_{T1}^i^2}} \right] \quad (11)$$

$$DV_T = \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_{T0}^i}{E_T A_T} + \frac{1}{q_T} \cdot \right]$$

$$\left(\frac{q_T \cdot S_{T0}^i + V_{T1}^i}{\sqrt{H_T^2 + (q_T \cdot S_{T0}^i + V_{T1}^i)^2}} - \frac{V_{T1}^i}{\sqrt{H_T^2 + V_{T1}^i}} \right) \quad (12)$$

4.2 下一跨的计算

以上是以某一跨作为控制跨或称主跨的计算,其余各跨的计算都是以主跨的计算为基础逐一进行。它们的计算与控制跨略有不同,叙述如下。

4.2.1 轨索的计算

已知条件:水平力等于控制跨的水平力为 H_T ,矢高为 f_T ,两支点高差等于 c_T ,吊杆间距为 d_T ,总跨径为 L_T 。求本跨吊杆力 P_T 。迭代格式:

(1)假定支座处反力 V_T 和吊杆力 P_T ;

(2)根据式(7)求出在反力 V_T 、水平力 H_T 时对应于第一段吊杆水平距离($x(S_0)^1 = L^1$)的无应力索长 S_0^1 ;

(3)根据式(8)求出 y_1 ;

(4)节点平衡(如图7),图示方向为“+”,有 $V_{T1}^{i+1} = V_{T2}^i + P_T = V_{T1}^i + q_T \cdot S_{T0}^i + P_T$,回到(2)、(3),求出全部的 y_i ;

(5)检查式 $\Delta_1 = \left| \sum_{i=1}^{n/2} y_i \right| - f_T \leq \epsilon$ (ϵ 为给定的某一小值),若满足则进行下一步,若不满足则 $P_T = P_T + \Delta_1 / DP_T$;

(6)检查式 $\Delta_2 = \left| \sum_{i=1}^n y_i \right| - c_T \leq \epsilon$,若满足则结束循环,若不满足则 $V_{T1}^i = V_{T1}^i + \Delta_2 / DV$ 回到(1)。

第一次循环的变量为 P_T ,则:

$$\frac{d\Delta_1}{dP_T} = \sum_{i=1}^{n/2} \left\{ \frac{S_{T0}^i}{EA_T} + \frac{1}{q_T} \left[\frac{V_{T1}^i + q_T \cdot S_{T0}^i}{\sqrt{H_T^2 + (q_T \cdot S_{T0}^i + V_{T1}^i)^2}} \right] - \frac{V_{T1}^i}{\sqrt{H_T^2 + V_{T1}^i}} \right\} \cdot (i-1) \quad (13)$$

第二次循环变量为 V_{T1}^1 ,其增量计算与主跨轨索计算相同,见式(12)。

4.2.2 承重索的计算

已知条件:水平力等于控制跨的水平力为 H_C ,吊杆力 P_T ,吊杆间距为 d_T 。若已知两支点高差 CH ,则可求矢高 f_C ;若已知矢高 f_C ,则可求两支点高差 CH ,从而决定塔高。这里只有一次循环,变量为 V_1^1 ,计算参见主跨承重索的计算。

4.3 温度的影响

在计算出设计温度下各吊杆间的无应力索长后,它是一个定值。温度变化时引起无应力索长的变化,从而引起各点标高的变化。

$$S_0^t = S_0 \cdot \alpha \cdot (t - t_0) \quad (14)$$

式中: α 为缆索的线膨胀系数; t 为实际温度; t_0 为设计温度。

将上式计算出的无应力索长与设计温度下的无应力索长叠加后代入式(5)~式(8),可求任意温度下各点的放样高程。这里没有考虑实际工程中索鞍处切弧差的影响,应用中必须计入这一影响。

5 算例^[1]

重庆市朝天门长江空中客车系统分4跨跨越长江,总体布置见图9所示,线型资料见表1。承重主索、轨索、吊索均由钢丝绳组成,其弹性模量 $E = 1.7 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$;吊杆间距 $d = 3 \text{ m}$;承重索横断面面积 $A_C = 0.085 \text{ m}^2$,每延米自重 $g_C = 6.49 \text{ kN/m}$;轨索横断面面积 $A_T = 0.204 \text{ m}^2$,每延米自重 $g_T = 24 \text{ kN/m}$ 。计算结果见表2。

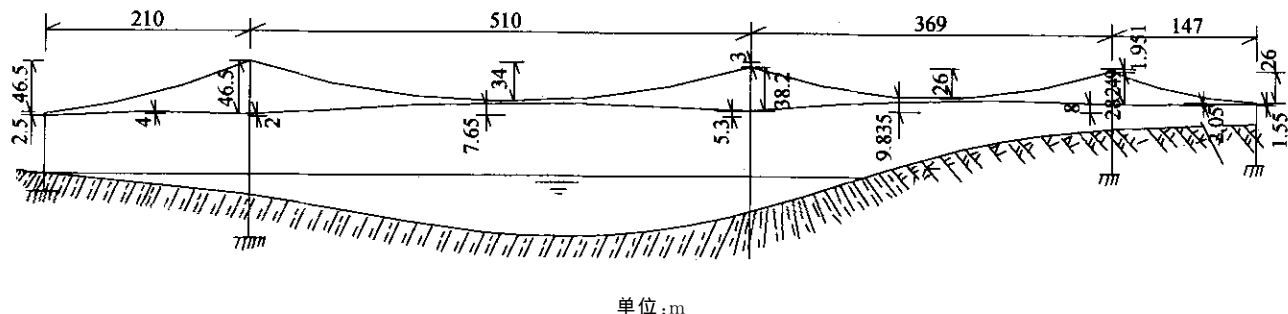


图9 重庆市朝天门长江空中客车系统布置示意

6 结语

空中客车系统是一种刚刚兴起的新型交通系统,新一代的高空悬挂拟在重庆市第一次修建,对它

进行深入研究具有重要的意义。本文采用了柔索结构的精细算法,对多跨结构的架设计算进行了推导,为设计和施工选用。

表 1 朝天门长江空中客车系统线型资料

项目	第 1 跨		第 2 跨		第 3 跨		第 4 跨	
	承重索	轨索	承重索	轨索	承重索	轨索	承重索	轨索
支点高差/m	—46.5	—2.0	3.0	—5.3	1.951	—8.0	26.0	—1.55
矢高 f /m		—4.0	34.0	—7.65	26.0	—9.835		—2.05
跨径 L /m	210		510		369		147	

注:表中数据“—”号表示左低右高。以第 2 跨为控制跨开始计算(计算结果见表 2)。

表 2 朝天门长江空中客车系统空载计算结果

项目		第 1 跨		第 2 跨		第 3 跨		第 4 跨	
		承重索	轨索	承重索	轨索	承重索	轨索	承重索	轨索
最大应力 σ_{\max} /MPa		623.732	601.862	599.236	601.841	601.478	603.240	606.571	601.705
无应力索长 S_0 /m		215.110	209.341	513.708	508.360	372.195	368.030	149.168	146.519
吊杆力 P /kN		238.588		128.335		197.888		245.222	
$\frac{\text{水平力 } H}{\text{kN}}$	承重索	49 300							
	轨索	122 628.108							

参考文献:

[1] 重庆空中客车系统技术考察组. 美国空中客车系统技术考察报告[R]. 1998.

[2] Irvine H M. Structure of Cables[M]. The MIT Press

Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1984.

[3] Prem krishna. Cable-suspended roofs [M]. McGraw-Hill Book Company, New york St. Louis, 1978.

Analysis of Erection of Aerial Bus System

BAO Li-xin¹, WANG Kun², YANG Wen-jun³

- (1. School of Civil Eng. , Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031,China;
2. Scieritific Research Institute, The First Highway Engineering Bureau, RBG, Beijing 100024, China;
3. Chongqing Expressway Development Company, Chongqing 410074, China)

Abstract: Aerial But System is a kind of new traffic form, the course of erection of system has it’s uniqueness. According to the mechanic characteristics of this system, the bearing cable,the stress-free cable length of carry cable and the meticulous algorithm of suspension force of each span are given, and the influence of gentle cable elongation on its dead weight is presented. The iteration course of multispan system is explained in detail and the influence of temperature is analyzed.

Key words: aerial suspension; cable; iteration; nonlinearity