

文章编号: 0451-0712(2006)06-0076-05

中图分类号: U412.2

文献标识码: B

# 山区高速公路平面坐标系的选取和坐标换算

齐向军

(中交公路规划设计院 北京市 100010)

**摘 要:** 在山区修建高速公路, 由于道路落差较大, 许多条件下采用一个测区平均高程面作为坐标投影面, 已经不能满足高速公路测量放样的精度要求, 需要用多个坐标投影面换算, 而各个投影面坐标是不连续的。经过特殊处理, 使多个坐标投影面的坐标连续成为一个整体, 以满足道路设计和放样精度的要求。

**关键词:** 坐标系; 坐标换算; 坐标投影面

目前, 高速公路建设正向山区延伸。在山区修建高速公路, 桥隧所占比例越来越大, 大桥和隧道越来越多, 对平面和高程的测量放样提出了更高的要求。当某个项目整段路落差大于 300 m 时, 一个投影坐标系已经不能满足设计要求, 需要分 2 个或多个投影坐标系。这样将形成设计上的断链, 给设计和施工带来许多不便。通过对多个山区高速公路项目勘察设计和施工放样的实践, 总结出一套行之有效的办法, 供各位同仁参考。

## 1 坐标系

我国 1:5 万地形图普遍使用 1954(年)北京坐标系(Beijing Geodetic Coordinate System 1954), 它是根据苏联 1943 年普尔科沃坐标系(采用克拉索夫斯基椭球), 以 1956 年黄海高程系作为高程基准, 通过观测和天文大地网局部平差所建立的大地坐标系。1954(年)北京坐标系是高斯平面坐标系, 是根据高斯-克吕格投影所建立的笛卡儿平面直角坐标系, 各投影带的原点分别为各带中央的大地子午线与赤道的交点,  $X$  轴指向该带中央子午线北方向,  $Y$  轴指向赤道东方向, 分 3°带和 6°带 2 种。在应用中发现其有一定缺陷, 又发展了新的坐标系。

1980(年)国家大地坐标系(Xi'an Geodetic Coordinate System 1980)是我国使用的新坐标系, 它采用 1975 年国际椭球, 以 JYD1968.0 系统为椭球定向基准, 选用陕西省泾阳县永乐镇为大地原点所在地, 采用多点定位所建立的大地坐标系。1980

(年)国家大地坐标系也是高斯平面坐标系, 分 3°带和 6°带 2 种。由于它投影变形较大, 只能满足 1:1 万和 1:5 万基本比例尺地形图的需要, 而在工程放样中普遍使用测区平均高程面作投影面的任意带高斯平面坐标系, 以满足投影变形小于 2.5 cm/km 的要求。

1956 年黄海高程系是采用青岛水准原点, 并根据青岛验潮站 1950 年~1956 年的验潮数据, 确定的黄海平均海面所定义的高程基准。

1985(年)国家高程基准(85 高程)是采用青岛水准原点, 并根据青岛验潮站 1952 年~1979 年的验潮数据, 确定的黄海平均海面所定义的高程基准。

## 2 基线长度归算改正数的计算

普通测量是在地球的自然表面上进行的, 而地球表面是一个起伏的不规则曲面。为了计算出地面点的位置, 就必须把地面上直接观测成果换算到某个可以计算的面上, 而这个面要尽可能与实际地球表面相符合。在大比例尺测量中, 经常选择任意中央子午线的高斯投影, 使测区所在范围离中央子午线最近, 以减少由于距离中央子午线较远引起的长度变形。同时, 还应根据测区的绝对高程是否能引起投影变形值超过 2.5 cm/km 的情况, 采用测区的平均高程面作为投影面。当局部地区的控制测量与国家控制网取得统一坐标系统时, 则基线丈量长度应归算到参考椭球面上。

如图 1 所示,  $D'_0$  和  $D_0$  是对着同一地心角的两



段弧长,显然这两段弧长是不相等的,所量得的弧长,高处的相对于低处的要长一些。不同的高度量出的距离不相等,这样对于整体化测量工作将会造成无法相互连接的问题。于是,测量时总是把平面控制网的起始边长(基线),投影至大地水准面上,以达到国家控制网都是在参考椭球面这一基准面上。为了计算归算后的长度,须计算归算改正数 $\Delta h$ 。

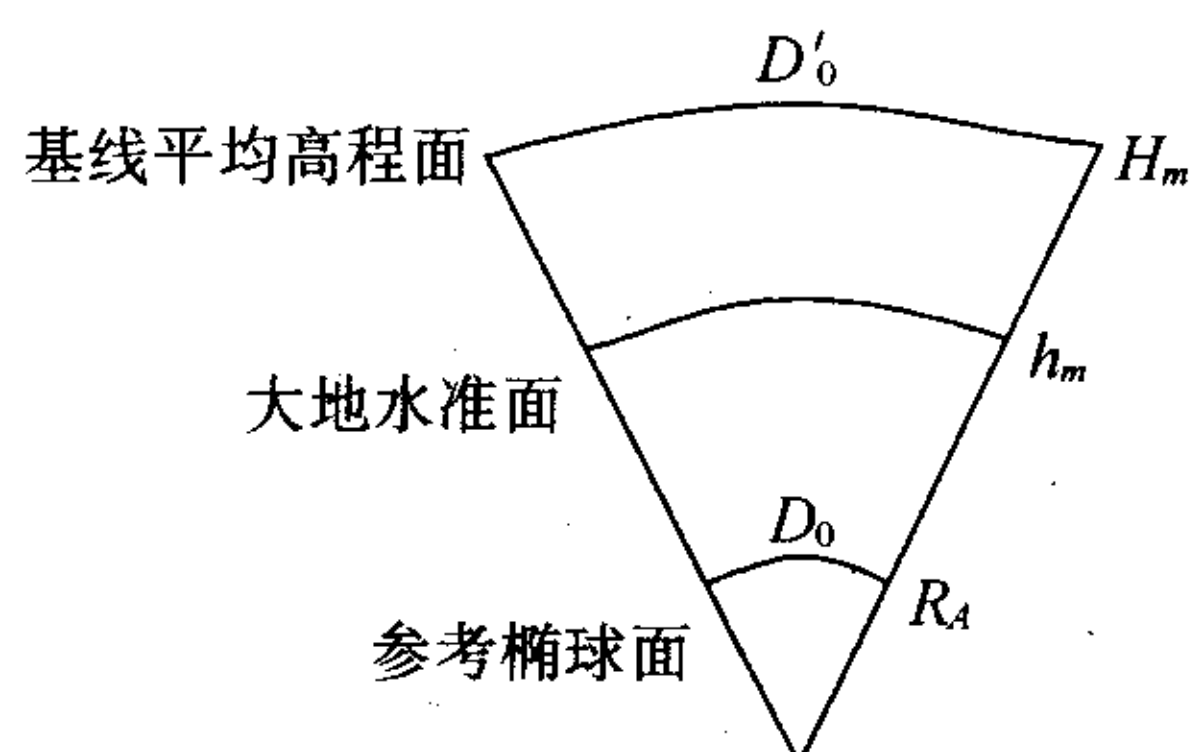


图1

(1) 基线长度归算到椭球面上:

$$\frac{D_0}{D'_0} = \frac{R_A}{R_A + H_m + h_m} = \frac{1}{1 + \frac{H_m + h_m}{R_A}}$$

基线的归算改正数为:

$$\Delta h = -\frac{H_m + h_m}{R_A} D'_0 + \frac{(H_m + h_m)^2}{R_A^2} D'_0$$

(2) 将基线长度归算到黄海平均海平面上。大地水准面对于参考椭球面的高度是依大地测量和重力测量的结果进行推算得出的,当测量地区已经有了大地水准面差距图,根据图就可以查出 $h_m$ 值。如果没有适当的资料可以查出基线所在地的 $h_m$ 值,在归算时,可将基线长度归算到黄海平均海平面上,此时基线长度的归算改正数 $\Delta h$ 为:

$$\Delta h = -\frac{H_m}{R_A} D'_0 + \frac{H_m^2}{R_A^2} D'_0$$

(3) 基线长度归算到测区平均高程面的改正数 $\Delta h$ 为:

$$\Delta h = -\frac{H'_m D'_0}{R_A}$$

式中: $D'_0$ 为基线丈量长度; $D_0$ 为归算到参考椭球面上的基线长度; $H_m$ 为基线高出黄海平均海平面的平均高度; $h_m$ 为丈量基线地区大地水准面对于参考椭球面的高度; $H'_m$ 为基线高出测区平均高程面的高度; $R_A$ 为基线方向参考椭球面法截弧的曲率半径。

$R_A$ 可由下列公式计算:

$$R_A = \sqrt{MN} \left(1 - \frac{e^2}{2} \cos^2 B_m \cos 2\alpha\right)$$

式中: $M$ 为基线中点的子午圈曲率半径; $N$ 为在基线中点的卯酉圈曲率半径; $e$ 为子午圈椭圆的偏心率( $e^2 = 0.006\,693\,4$ ); $B_m$ 为基线中点的纬度,自“大地位置计算用表——克拉索夫斯基椭球体”上查得。

(4) 基线长度的归算改正数计算实例如下。

① 辅助计算:

$$R_A = \sqrt{MN} \left(1 - \frac{e^2}{2} \cos^2 B_m \cos 2\alpha\right)$$

基线中点纬度 $B_m = 41^\circ 44'$ ;基北至基南方位角 $\alpha = 213^\circ 59' 30.43''$ ,  $2\alpha = 67^\circ 59' 0.86''$ ;  $\sqrt{MN} = 6\,375\,773\text{ m}$ ;  $\cos^2 B_m = 0.556\,890\,61$ ;  $\frac{e^2}{2} = 0.003\,346\,71$ ;  $1 - \frac{e^2}{2} \cos^2 B_m \cos 2\alpha = 0.999\,301\,33$ 。

计算得: $R_A = 6\,371\,318\text{ m}$ 。

基线高出黄海平均海平面的平均高程 $H_m = 377.816\text{ m}$ ;丈量基线地区大地水准面对于参考椭球面的高度 $h_m = 61\text{ m}$ ;基线长度 $D'_0 = 4\,799.053\,45\text{ m}$ ;测区平均高程面高程为 $399.538\text{ m}$ 。

② 基线归算至椭球面的改正数:

$$\begin{aligned} \Delta h &= -\frac{H_m + h_m}{R_A} D'_0 + \frac{(H_m + h_m)^2}{R_A^2} D'_0 \\ &= -\frac{377.816 + 61}{6\,371\,318} \times 4\,799.053\,45 + \\ &\quad \left(\frac{377.816 + 61}{6\,371\,318}\right)^2 \times 4\,799.053\,45 \\ &= -0.330\,528 + 0.000\,023 \\ &= -0.330\,505\text{ m} \end{aligned}$$

③ 基线归算至黄海平均海平面的改正数:

$$\begin{aligned} \Delta h &= -\frac{H_m}{R_A} D'_0 + \frac{H_m^2}{R_A^2} D'_0 \\ &= -\frac{377.816}{6\,371\,318} \times 4\,799.053\,45 + \\ &\quad \left(\frac{377.816}{6\,371\,318}\right)^2 \times 4\,799.053\,45 \\ &= -0.284\,581 + 0.000\,017 \\ &= -0.284\,564\text{ m} \end{aligned}$$

④ 基线归算至测区平均高程面的改正数:

$$\Delta h = -\frac{H'_m D'_0}{R_A}$$

将 $H'_m = 377.816 - 399.538 = -21.722\text{ m}$ 等数据代入式中,得:

$$\begin{aligned} \Delta h &= -\frac{-21.722}{6\,371\,318} \times 4\,799.053\,45 \\ &= +0.016\,362\text{ m} \end{aligned}$$

### 3 测区平均高程面的选取

坐标系统的选择是高速公路平面控制测量的重



要问题。根据高速公路测量工作的特点,高速公路坐标系统的选择应以投影长度变形值不大于 2.5 cm/km 为原则。因为 1 km 长度变形不大于 2.5 cm 时,即相对误差不大于 1/40 000,这样的长度变形,能满足高速公路施工放样的要求,在实地测量中无需进行投影变形改正。高速公路平面控制网的坐标系统最理想是平面控制点坐标反算的边长与实际测量边长一致,但由于地表起伏变化会引起投影变形改正,所以选择一个合适的平均高程面非常重要。如某一条高速公路高程的换算,参考椭球面投影的控制网的坐标见表 1。

由以上公式可以求得测区平均曲率半径  $R_A = 6\,371\,305\text{ m}$ ,测区平均高程面高程是 860 m,大地水准面对于参考椭球面的高度是 42 m,参考椭球面投影到测区平均高程面的坐标改正系数  $S = 1.000\,141\,572$ 。

参考椭球面换算到测区平均高程面的坐标转换关系为:

$$X_{\text{测区平均高程面}} = X_{\text{参考椭球面}} \times 1.000\,141\,572$$

$$Y_{\text{测区平均高程面}} = (Y_{\text{参考椭球面}} - 500\,000) \times 1.000\,141\,572 + 500\,000$$

测区平均高程面的坐标见表 2。

计算结果分析见表 3。

由表 3 可见,由于线路落差达 370 m,高程引起的投影变形大于 2.5 cm/km。为解决这一问题,我们采用多个测区平均高程面,每个平均高程面的落差小于 100 m,对 2 个平均高程面的结点加减常数,保证坐标连续,这样就得到高精度的换算坐标。

(1) 先将测点 BM01~BM20 分成一组,取平均高程面高程为 770 m(坐标改正系数  $S = 1.000\,127\,446$ )。

$$X_{\text{测区平均高程面}} = X_{\text{参考椭球面}} \times 1.000\,127\,446$$

$$Y_{\text{测区平均高程面}} = (Y_{\text{参考椭球面}} - 500\,000) \times 1.000\,127\,446 + 500\,000$$

(2) 第二步将测点 BM20~BM34 分成一组,取平均高程面高程为 830 m(坐标改正系数  $S = 1.000\,136\,864$ )。

$$X_{\text{测区平均高程面}} = X_{\text{参考椭球面}} \times 1.000\,136\,864 - 43.531$$

$$Y_{\text{测区平均高程面}} = (Y_{\text{参考椭球面}} - 500\,000) \times 1.000\,136\,864 + 500\,000 - 0.010\,6$$

(3) 第三步将测点 BM34~BM40 分成一组,取平均高程面高程为 900 m(坐标改正系数  $S = 1.000\,147\,850$ )。

$$X_{\text{测区平均高程面}} = X_{\text{参考椭球面}} \times 1.000\,147\,850 -$$

表 1 参考椭球面坐标

点号	X(北坐标)	Y(东坐标)	85 高程
BM01	4 630 213.264	504 863.707	812.679
BM02	4 629 677.797	504 226.669	764.635
BM03	4 629 404.287	503 948.165	728.741
BM04	4 628 921.072	504 069.470	708.012
BM05	4 628 341.651	504 341.807	725.655
BM06	4 627 979.254	504 382.639	672.796
BM07	4 627 537.360	504 470.074	777.209
BM08	4 626 894.900	504 028.006	748.016
BM09	4 626 183.813	503 742.354	831.780
BM10	4 625 694.326	503 639.790	818.835
BM11	4 625 392.288	503 458.476	787.672
BM12	4 625 188.421	502 841.069	837.443
BM13	4 624 790.704	502 791.909	830.332
BM14	4 624 461.787	502 787.576	831.367
BM15	4 623 975.005	502 625.614	820.336
BM16	4 623 606.228	502 442.227	789.494
BM17	4 623 245.607	502 288.284	749.815
BM18	4 622 844.032	501 796.053	790.348
BM19	4 622 532.979	501 270.998	690.066
BM20	4 622 069.968	501 130.551	799.512
BM21	4 621 573.555	501 121.762	831.558
BM22	4 621 190.775	500 702.287	869.282
BM23	4 620 756.447	500 256.058	891.339
BM24	4 620 156.532	500 309.040	960.432
BM25	4 619 527.446	500 396.875	884.173
BM26	4 619 017.749	500 324.987	917.807
BM27	4 618 771.192	500 512.862	852.667
BM28	4 618 417.568	500 278.376	864.501
BM29	4 617 814.571	500 290.245	914.474
BM30	4 617 528.306	500 630.702	840.931
BM31	4 616 894.174	500 568.602	911.131
BM32	4 616 741.426	500 060.830	864.491
BM33	4 616 142.740	500 099.104	872.291
BM34	4 615 315.503	499 980.129	844.462
BM35	4 615 055.317	499 530.519	908.928
BM36	4 614 899.547	499 301.424	917.829
BM37	4 614 363.627	498 975.310	937.243
BM38	4 612 996.348	497 968.876	874.212
BM39	4 612 682.314	497 491.206	936.002
BM40	4 612 522.157	497 226.381	801.957
BM41	4 611 979.003	497 250.867	1 007.332
BM42	4 611 782.122	496 924.711	991.066
BM43	4 611 169.389	497 211.162	1 040.582
BM44	4 610 568.655	497 070.882	1 003.741
BM45	4 610 228.632	496 636.462	1 035.278



表 2

点号	X(北坐标)	Y(东坐标)	85 高程
BM01	4 630 868.773	504 864.396	812.679
BM02	4 630 333.230	504 227.267	764.635
BM03	4 630 059.681	503 948.724	728.741
BM04	4 629 576.398	504 070.046	708.012
BM05	4 628 996.895	504 342.422	725.655
BM06	4 628 634.446	504 383.260	672.796
BM07	4 628 192.490	504 470.707	777.209
BM08	4 627 549.939	504 028.576	748.016
BM09	4 626 838.751	503 742.884	831.780
BM10	4 626 349.195	503 640.305	818.835
BM11	4 626 047.114	503 458.966	787.672
BM12	4 625 843.218	502 841.471	837.443
BM13	4 625 445.445	502 792.304	830.332
BM14	4 625 116.481	502 787.971	831.367
BM15	4 624 629.630	502 625.986	820.336
BM16	4 624 260.801	502 442.573	789.494
BM17	4 623 900.129	502 288.608	749.815
BM18	4 623 498.497	501 796.307	790.348
BM19	4 623 187.400	501 271.178	690.066
BM20	4 622 724.324	501 130.711	799.512
BM21	4 622 227.840	501 121.921	831.558
BM22	4 621 845.006	500 702.386	869.282
BM23	4 621 410.617	500 256.094	891.339
BM24	4 620 810.617	500 309.084	960.432
BM25	4 620 181.442	500 396.931	884.173
BM26	4 619 671.673	500 325.033	917.807
BM27	4 619 425.081	500 512.935	852.667
BM28	4 619 071.407	500 278.415	864.501
BM29	4 618 468.324	500 290.286	914.474
BM30	4 618 182.019	500 630.791	840.931
BM31	4 617 547.797	500 568.683	911.131
BM32	4 617 395.027	500 060.839	864.491
BM33	4 616 796.257	500 099.118	872.291
BM34	4 615 968.902	499 980.126	844.462
BM35	4 615 708.680	499 530.453	908.928
BM36	4 615 552.888	499 301.325	917.829
BM37	4 615 016.892	498 975.165	937.243
BM38	4 613 649.419	497 968.588	874.212
BM39	4 613 335.341	497 490.851	936.002
BM40	4 613 175.161	497 225.988	801.957
BM41	4 612 631.930	497 250.478	1 007.332
BM42	4 612 435.021	496 924.276	991.066
BM43	4 611 822.201	497 210.767	1 040.582
BM44	4 611 221.382	497 070.467	1 003.741
BM45	4 610 881.311	496 635.986	1 035.278

表 3

边号	计算边长/m	实测边长/m	每公里变形量/m
BM01~BM02	832.309	832.302	-0.009
BM02~BM03	390.404	390.393	-0.029
BM03~BM04	498.279	498.266	-0.025
BM04~BM05	640.322	640.308	-0.022
BM05~BM06	364.742	364.734	-0.023
BM06~BM07	450.524	450.513	-0.025
BM07~BM08	779.969	779.957	-0.015
BM08~BM09	766.426	766.416	-0.013
BM09~BM10	500.187	500.187	-0.001
BM10~BM11	352.331	352.326	-0.014
BM11~BM12	650.287	650.280	-0.010
BM12~BM13	400.800	400.800	0.000
BM13~BM14	328.993	328.993	0.001
BM14~BM15	513.092	513.089	-0.005
BM15~BM16	411.916	411.912	-0.011
BM16~BM17	392.160	392.155	-0.013
BM17~BM18	635.349	635.341	-0.012
BM18~BM19	610.362	610.351	-0.019
BM19~BM20	483.911	483.904	-0.015
BM20~BM21	496.562	496.557	-0.010
BM21~BM22	567.953	567.951	-0.004
BM22~BM23	622.792	622.794	0.002
BM23~BM24	602.335	602.342	0.011
BM24~BM25	635.278	635.283	0.008
BM25~BM26	514.814	514.819	0.009
BM26~BM27	310.024	310.023	-0.002
BM27~BM28	424.364	424.364	0.001
BM28~BM29	603.200	603.202	0.004
BM29~BM30	444.876	444.878	0.005
BM30~BM31	637.256	637.255	-0.001
BM31~BM32	530.325	530.327	0.005
BM32~BM33	599.992	599.990	-0.004
BM33~BM34	835.868	835.868	0.000
BM34~BM35	519.540	519.540	0.000
BM35~BM36	277.075	277.075	0.000
BM36~BM37	627.433	627.442	0.014
BM37~BM38	1 697.993	1 698.002	0.006
BM38~BM39	571.733	571.738	0.009
BM39~BM40	309.532	309.533	0.005
BM40~BM41	543.783	543.785	0.004
BM41~BM42	381.026	381.037	0.028
BM42~BM43	676.480	676.499	0.027
BM43~BM44	616.983	616.999	0.027
BM44~BM45	551.745	551.759	0.026



94.234

$Y_{\text{测区平均高程面}} = (Y_{\text{参考椭球面}} - 500\,000) \times 1.000\,147\,850 + 500\,000 - 0.0104$

(4) 第四步将测点 BM40~BM45 分成一组, 取平均高程面高程为 950 m (坐标改正系数  $S = 1.000\,155\,698$ )。

$X_{\text{测区平均高程面}} = X_{\text{参考椭球面}} \times 1.000\,155\,698 - 130.433$

$Y_{\text{测区平均高程面}} = (Y_{\text{参考椭球面}} - 500\,000) \times 1.000\,155\,698 + 500\,000 + 0.011\,3$

由上式计算, 测点 BM20、BM34、BM40 的坐标一致, 坐标精度得到改善, 计算结果见表 4。

表 4

边号	计算边长/m	实际测量边长/m	每公里变形量/m	边号	计算边长/m	实际测量边长/m	每公里变形量/m
BM01~BM02	832.297 2	832.302	0.006	BM23~BM24	602.332 4	602.342	0.016
BM02~BM03	390.398 7	390.393	-0.015	BM24~BM25	635.275 1	635.283	0.012
BM03~BM04	498.272 3	498.266	-0.013	BM25~BM26	514.812 3	514.819	0.013
BM04~BM05	640.312 1	640.308	-0.006	BM26~BM27	310.021 5	310.023	0.005
BM05~BM06	364.737 3	364.734	-0.009	BM27~BM28	424.362 3	424.364	0.004
BM06~BM07	450.518 2	450.513	-0.012	BM28~BM29	603.195 8	603.202	0.010
BM07~BM08	779.957 8	779.957	-0.001	BM29~BM30	444.874 4	444.878	0.008
BM08~BM09	766.414 1	766.416	0.002	BM30~BM31	637.251 9	637.255	0.005
BM09~BM10	500.181 2	500.187	0.012	BM31~BM32	530.321 9	530.327	0.010
BM10~BM11	352.325 2	352.326	0.002	BM32~BM33	599.990 4	599.990	-0.001
BM11~BM12	650.277 6	650.280	0.004	BM33~BM34	835.863	835.868	0.006
BM12~BM13	400.795 1	400.800	0.012	BM34~BM35	519.543 5	519.540	-0.007
BM13~BM14	328.987 5	328.993	0.017	BM35~BM36	277.076 7	277.075	-0.006
BM14~BM15	513.084 3	513.089	0.009	BM36~BM37	627.436 6	627.442	0.009
BM15~BM16	411.910 8	411.912	0.003	BM37~BM38	1 698.003	1 698.002	0.000
BM16~BM17	392.154 6	392.155	0.001	BM38~BM39	571.736 8	571.738	0.002
BM17~BM18	635.339 7	635.341	0.002	BM39~BM40	309.533 5	309.535	0.005
BM18~BM19	610.353 9	610.351	-0.005	BM40~BM41	543.789 7	543.788	-0.003
BM19~BM20	483.905 2	483.904	-0.002	BM41~BM42	381.031 8	381.037	0.014
BM20~BM21	496.558 8	496.557	-0.004	BM42~BM43	676.489 4	676.499	0.014
BM21~BM22	567.950 5	567.951	0.001	BM43~BM44	616.991 8	616.999	0.012
BM22~BM23	622.790 3	622.794	0.006	BM44~BM45	551.752 8	551.759	0.011

4 结语

本文所介绍的方法已经用于多条高速公路测量、放样中平面控制网换算, 实践证明是行之有效的

换算方法。但是换算前的坐标必须经过严密平差, 剔除粗差, 才能保证平面控制网换算的正确。