

文章编号: 0451-0712(2004)12-0020-04

中图分类号: U443.38

文献标识码: B

斜拉桥塔端张拉拉索倾角修正及 拉索主要参数实用计算方法

华 新

(江苏省交通规划设计院 南京市 210005)

摘 要: 从目前广泛采用的斜拉桥拉索塔端张拉的实际情况出发,在已知塔端拉索张拉力条件下,推导拉索塔、梁端倾角修正公式,并推导了张力分布、索型方程和有应力、无应力索长计算公式,介绍简单实用的迭代计算方法,具有高效方便快捷的特点。

关键词: 斜拉索; 塔端张拉; 倾角修正; 无应力索长

斜拉桥设计过程中,一般是先采用综合程序进行总体计算分析,反复调整索力,使主梁与索塔线形或内力达到最优或较优,并根据选定的索力,对索塔和主梁进行设计。拉索在轴向拉力和重力作用下,空中线形为悬链线,塔、梁套管与总体计算时的理论直线状态存在偏角。为保证拉索在套管出口处居中以便安装减震圈,同时使拉索锚具与锚固面钢垫板垂直以使拉索钢丝受力均匀,设计塔、梁时须对拉索倾角进行修正。对于拉索的特性和静力解,国内外已做了许多研究,但由于影响因素多,精确的分析有一定的困难,一些文献分析时多假定水平张拉分力或梁端竖向分力为已知,且给出的公式多是在梁端进行张拉的。从设计角度看,水平分力或竖向分力是待求量。同时,斜拉桥主梁多为闭口断面形式,即使是开口断面主梁,拉索与主梁的锚固也多是通过锚拉板连接,实际施工时,由于梁端张拉空间的限制,国内外绝大多数斜拉桥拉索的张拉是在塔上进行的,因此给出的公式不便于实际应用。

本文从实际工程易于操作出发,以总体计算确定的塔端索力为已知量,推导了拉索在塔端和梁端的倾角修正公式及拉索主要参数公式,并利用 office 软件中的 excel 表格,介绍了简单实用的迭代方法,具有高效实用的特点。

1 拉索特征参数计算

如图 1(1)所示,设拉索在梁上和塔上的锚固点

——**万方数据**——

收稿日期: 2004-07-12

分别为 A 、 B ,以塔端 B 点为原点,纵向为 x 轴,竖向向下为 y 轴,建立直角坐标系,并设 A 点坐标为 (L, h) ;忽略拉索受拉后截面的变化,假定拉索单位长度自重为 ρ ,沿索长均布。梁端与塔端张拉力分别为 T_A 、 T_B ,取索上任一段 BC 为脱离体,长度为 S ,建立平衡方程,如图 1(2)所示。则有:

$$\left. \begin{aligned} \sum y=0, T \sin \alpha + \rho s - T_B \sin \alpha_B &= 0 \\ \sum x=0, T \cos \alpha - T_B \cos \alpha_B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

因为水平力方向 $H = T \cos \alpha = T_B \cos \alpha_B$,水平分力沿索长为定值。由竖向力平衡得:

$$T^V = T_B^V - \rho s,$$

$$\text{则 } y' = \tan \alpha = \frac{T^V}{H} = \frac{T_B^V}{H} - \frac{\rho s}{H} = k_B - \frac{\rho}{H} s$$

$$\text{两边求导有: } y'' = -\frac{\rho}{H} \sqrt{1+y'^2}$$

$$\text{方程的通解为: } y = -\frac{H}{\rho} \operatorname{ch} \left[\left(-\frac{\rho}{H} \right) x + C_1 \right] + C_2$$

其中 C_1 、 C_2 是待定系数,由初始的边界条件:

$$y(0) = 0, \text{ 则 } 0 = -\frac{H}{\rho} \operatorname{ch} C_1 + C_2$$

$$\text{得 } C_2 = \frac{H}{\rho} \operatorname{ch} C_1, \text{ 则有拉索的线型方程:}$$

$$y = \frac{H}{\rho} \left[\operatorname{ch} C_1 - \operatorname{ch} \left(-\frac{\rho}{H} x + C_1 \right) \right] \quad (2)$$

式(2)两边求导,有 $y' = \operatorname{sh} \left(-\frac{\rho}{H} x + C_1 \right)$,由边界条件 $y'|_{x=0} = k_B$ 得:

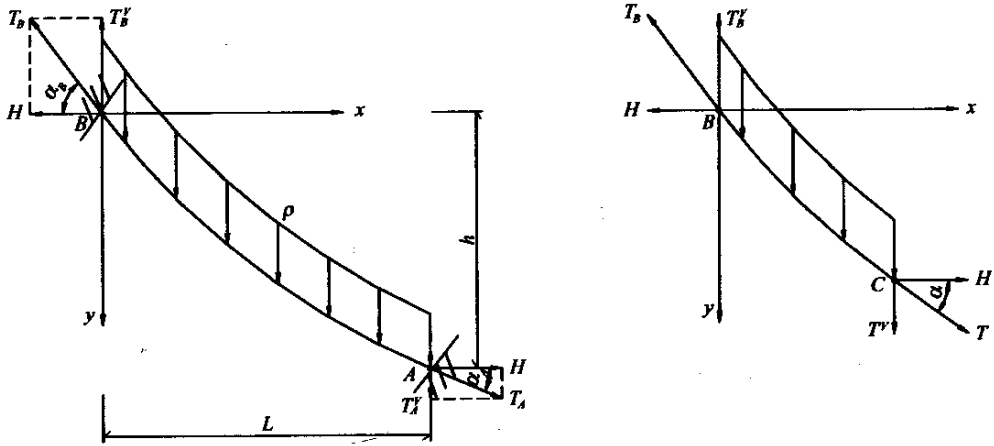


图 1 拉索受力状态

$k_B = \text{sh}C_1$, 则 $\text{ch}C_1 = \sqrt{1+k_B^2}$, $C_1 = \text{arsh}k_B$, 代入式(2),

$$\text{得 } y = \frac{H}{\rho} \left[\sqrt{1+k_B^2} - \text{ch} \left(-\frac{\rho}{H}x + \text{arsh}K_B \right) \right] \quad (3)$$

式(3)为拉索受力后的索形方程。

再由边界条件 $x=L, y=h$, 且 $\text{ch}x - \text{ch}y =$

$2\text{sh} \frac{x+y}{2} \text{sh} \frac{x-y}{2}$, 由式(2)得:

$$h = \frac{H}{\rho} 2\text{sh} \left[\frac{2C_1 - \frac{\rho}{H}L}{2} \right] \text{sh} \frac{\rho L}{2H},$$

$$\text{即 } \text{sh} \left(C_1 - \frac{\rho}{2H}L \right) = \frac{h}{2 \frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}}$$

$$\text{则 } C_1 = \text{arsh} \frac{h}{2 \frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}} + \frac{\rho}{2H}L$$

又因为 $k_B = \text{sh}C_1$, 将 C_1 代入, 塔端拉索斜率为:

$$k_B = \text{sh} \left[\text{arsh} \frac{h}{2 \frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}} + \frac{\rho}{2H}L \right] \quad (4)$$

再由梁端边界条件 $k_A = y' |_{x=L} = \text{sh} \left(-\frac{\rho}{H}L + C_1 \right)$ 得梁端拉索斜率:

$$k_A = \text{sh} \left[\text{arsh} \frac{h}{2 \frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}} - \frac{\rho}{2H}L \right] \quad (5)$$

式(4)、式(5)即为所求的拉索在塔、梁端倾角的斜率。式中 H 为未知量, 可通过以下迭代方法求得。

受力后微段索长 $\sqrt{1+y'^2} dx$, 将 $y' = \text{sh} \left(-\frac{\rho}{H}x + C_1 \right)$ 及 C_1 代入, 则索长 $S = \int_0^L \text{ch} \left(-\frac{\rho}{H}x + C_1 \right) dx$, 可求得受力后拉索总长度 $S = -\frac{H}{\rho}$

$\left[\sqrt{1+k_B^2} \text{sh} \left(-\frac{\rho L}{H} \right) + k_B \left(\text{ch} \left(-\frac{\rho L}{H} \right) - 1 \right) \right]$, 再求无应力索长 S_y 。设 $S_y/S = \beta$, 则根据相似算法^[1]有:

$$\Delta S = \int_{S_y}^S \frac{T}{EA} dS_y = \int_{S_y}^S \frac{T}{EA} \beta dS \quad (6)$$

S_y 和 S 分别为无应力索长和受力后索长。

由于 $H = T \cos \alpha$, 索力沿索长分布:

$$T = \sec \alpha H = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} H = \sqrt{1 + y'^2} H = \text{ch}$$

$\left(-\frac{\rho}{H}x + C_1 \right) H$, 代入式(6), 拉索沿索长受力后伸长量可以求出, 其推导过程从略, 即:

$$\Delta S = \frac{H}{2EA} \beta \left[-\frac{H}{2\rho} \text{sh}^2 \left(-\frac{\rho}{H}L + C_1 \right) + \frac{H}{2\rho} \text{sh}^2 C_1 + L \right]$$

由 $S_y = S - \Delta S$, 得拉索的无应力索长

$$S_y = \frac{S \cdot 2EAS}{2EAS + H \cdot \left[-\frac{H}{2\rho} \text{sh}^2 \left(-\frac{\rho}{H}L + C_1 \right) + \frac{H}{2\rho} \text{sh}^2 C_1 + L \right]} \quad (7)$$

3 迭代分析方法

由总体计算确定了拉索在塔端的理论张力, 即塔端索力为已知, 则可先任意假定一个塔端拉索斜率, 即假定塔端拉索倾角为任一值 $\alpha_{B(0)}$ (为减少迭代计算次数, 可假定塔端拉索切线斜率的初始值为 h/L , 即斜拉索的初始线型为直线状态, 此时的理论倾角 $\alpha_{B(0)} = \arctan(H/L)$), 由 $H = T_B \sin \alpha_B$ 得拉索水平分力, 式(4)是一个关于 H 的代数方程, 将水平分力 $N_n, n=1, 2, 3, \dots$, 代入式(4)中, 建立迭代公式 $k_{B(n+1)} = H_n(k_{B(n)})$, $n=1, 2, 3, \dots$, 其中初始条件 $H_0 = T_B \sin \alpha_{B(0)}$, 得到 $k_{B(n)}$, 用求得的 $k_{B(n)}$ 重新代入 H 式中求得新的水平分力 H , 再将其代入式(4)得新的 k_B , 重复以上步骤, 逐次迭代, k_B 值逐次逼近, 直至两者

差值小于所设定的精度。实际计算时,仅经一两次迭代即可求得收敛稳定的 k_B ,即考虑拉索受轴力与重力后的拉索在塔端的倾角,亦即所求的修正后的角度。由此又可由式(3)、式(5)、式(7)求得拉索各点高程 y 、梁端倾角 k_A 和无应力索长 S_y 等参数。

以上这个过程不必编制程序,可利用 office 软件中的 excel 表格进行,在 excel 表格中填入各索塔端张拉力及拉索塔梁端相对距离,输入一根索的各公式,仅需一拖拉即可得到全桥各索塔、梁端修正后的倾角和无应力索长。对于拉索较多的长大跨斜拉桥,

此法效率尤其高。

4 计算实例

以在建的江苏连盐高速公路上灌河大桥为例,表 1 为边跨 3 根拉索的修正角度计算,其中计算顺序一栏中给出了各参数的计算顺序和过程。从中可以看出计算收敛得非常快,仅进行了两次迭代即可求得稳定的修正角度和梁端索力,进而得梁端竖向分力,用以控制和调整桥面标高。

表 1 灌河大桥拉索修正角度计算

项 目	说 明	边跨拉索编号			计算顺序
		1	2	3	
h/m	高度差	60.092 1	65.432 9	68.757 9	
L/m	水平距	18.857	30.611 6	42.139 9	
T_B/kN	塔端张拉力	4 102.66	2 824.81	3 034.515	
k_B 迭代 (塔端倾角斜率)	$k_{B(0)}$	1	1	1	1
	$k_{B(1)}$	3.194 887 593	2.146 679 6	1.641 178 99	4
	$k_{B(2)}$	3.206 066 09	2.152 870 4	1.644 603 114	7
$T_H=T_B\times\cos(\arctan(k_B))$	T_{H1}	2 901.018 707	1 997.442 3	2 145.726 134	2
	T_{H2}	1 225.504 465	1 192.823 6	1 578.963 498	5
	T_{H3}	1 221.610 983	1 190.002 9	1 576.564 084	8
$\rho/(\text{kN}/\text{m})$	索自重集度	0.751 25	0.505 95	0.505 95	
k_B 计算 (塔端倾角斜率)	$k_{B(1)}$	3.194 887 593	2.146 679 6	1.641 178 99	3
	$k_{B(2)}$	3.206 066 09	2.152 870 4	1.644 603 114	6
	$k_{B(3)}$	3.206 127 842	2.152 906 9	1.644 622 854	9
k_A	梁端倾角斜率	3.167 396 07	2.122 192 8	1.618 742 532	10
S/m	有应力索长	62.981 353 69	72.239 516	80.643 952 31	11
S_y/m	无应力索长	62.806 196 79	72.033 979	80.397 490 27	12
$90-\alpha_B/(^{\circ})$	塔端索与竖直线夹角	17.322 840 69	24.914 314	31.301 362 34	13
$\alpha_A/(^{\circ})$	梁端索与水平线夹角	72.478 220 51	64.769 684	58.293 742 63	14
T_A/kN	梁端索力	4 057.515 812	2 791.704 2	2 999.726 941	15

根据文献资料,表 2 为文献[3]与本文对铜陵长江公路大桥 10 根拉索倾角修正计算结果对比,其中 A 栏为文献[3]结果,B 栏为本文计算结果。从中可以看出受力后的索长基本一样,修正后倾角计算结果也很接近,但进一步对塔梁端拉索竖向分力分析比较后可知,文献[3]结果存在着一定的竖向不平衡力,而本文结果竖向不平衡力基本为零。按照本文方法还可以方便地算出无应力索长和拉索伸长量。

5 结语

本文从设计的实际过程出发,分析了斜拉桥拉索各参数计算方法,根据已知的拉索塔端张拉力,推导了塔、梁端拉索修正角度和索长计算公式,并介绍了实用的迭代计算方法,具有计算过程清晰、方便实用和高效的特点,可为设计人员参考。

表 2 铜陵长江公路大桥拉索倾角修正计算结果对比

索号	输入参数				输出结果对比					
	H/m	L/m	$\rho/(\text{kN}/\text{m})$	T_B/t	S/m		梁端斜率 k_A		塔端斜率 k_B	
					A	B	A	B	A	B
A1	51.55	11.61	0.460 9	2 627	52.841	52.841	4.419	4.419	4.461	4.461
A2	57.642	19.562	0.036 08	2 156.6	60.871	60.871	2.931	2.945	2.963	2.948
A3	62.124	27.506	0.036 08	1 776.7	67.941	67.941	2.241	2.257	2.277	2.260
A16	92.121	131.086	0.061 93	3 040.6	160.223	160.218	0.683	0.701	0.723	0.705
J1	51.154	11.609	0.046 09	2 624.4	52.455	52.455	4.386	4.404	4.427	4.408
J2	56.978	19.559	0.036 08	2 141.5	60.242	60.242	2.897	2.912	2.929	2.915
J3	61.192	27.502	0.036 08	1 749.4	67.088	67.088	2.209	2.223	2.241	2.227
J16	87.704	131.07	0.061 93	2 994.2	157.711	157.707	0.649	0.667	0.689	0.671
J22	96.749	178.937	0.079 75	3 474.3	203.433	203.418	0.514	0.538	0.568	0.543
J26	110.485	210.925	0.079 75	5 173.2	238.121	238.110	0.503	0.522	0.545	0.526

参考文献:

[1] 李传习,夏桂云. 大跨度桥梁结构计算理论[M]. 北京:人民交通出版社,2002.

[2] 程纬,易伟建,刘光栋. 斜拉桥柔性索线型分析及快速迭代计算方法[J]. 公路,1998,(6).

[3] 彭力军,陈明宪,颜东煌. 斜拉桥柔性索索形方程分析及拉索套管修正角计算[A]. 中国公路学会结构工程学会 1994 年桥梁学术讨论会论文集[C].

[4] Niels J Gimsing. 缆索支承桥梁—概念与设计[M]. 北京:人民交通出版社,2002.

Practical Computational Method About Revised Inclination of and Main Parameters of Stay-Cables Tensioned at Top of Pylon of Cable-Stayed Bridge

HUA Xin

(Jiangsu Provincial Communication Planning and Design Institute, Nanjin 210005, China)

Abstract: According to the practical situation of cable tensioned at the top of the pylon, under the condition that the tensive force of the cable at the top of pylon is known, a revised inclination formula of the cable at the pylon and deck is concluded, first. Second, the tension distributing and the differential equation for the stay-cable are derived out, the stressed length and the nonstressed length of cable are discussed therewith. Last, a simple but practical iterative method is also introduced.

Key words: stay-cable; tension at the top of pylon; revised inclination; nonstressed length of cable