

# 部分预应力B类构件受压区高度简化计算

马亮<sup>1</sup>, 张辉<sup>2</sup>, 王彤<sup>1</sup>

(1. 东北大学资源与土木工程学院 沈阳市 110202; 2. 辽宁省交通高等专科学校 沈阳市 110122)

**摘要:** 通过大量的算例分析,用回归分析的方法得出B类构件受压区高度计算的简化公式,可以使部分预应力B类构件开裂截面的应力计算工作量有所减少,特别是在变形计算中开裂后截面惯矩的计算工作量有所减少。

**关键词:** 部分预应力B类构件; 受压区高度; 回归分析; 简化公式

新修订的《公路钢筋混凝土和预应力混凝土桥涵设计规范》(JTGD62-2004(以下简称新桥规))中,部分预应力B类构件开裂截面应力计算图式与普通钢筋混凝土大偏心受压构件的计算图式相同,故可比拟为钢筋混凝土大偏心受压构件的计算方法以计算各项应力。按照上述方法,需通过求解一个一元三次方程来确定中性轴的位置,是非常繁琐的。为了简化计算,探讨了简化计算公式,并进行了相应的误差分析,结果表明简化公式可满足工程需要,具有一定的实用价值。

## 1 部分预应力混凝土B类构件开裂后的应力验算

开裂后的部分预应力混凝土B类受弯构件,按钢筋混凝土偏心构件分析方法计算时,采用以下假定<sup>[1]</sup>:

- (1) 截面变形符合平截面假定;
- (2) 受压区混凝土取三角形应力图;
- (3) 不考虑受拉区混凝土参加工作,拉力全部由钢筋承担。

开裂后的部分预应力混凝土受弯构件的中性轴位置,可由所有的力对偏心力 $R(R=N_{p0})$ 的作用点取矩的平衡条件求得,计算图式见图1所示。

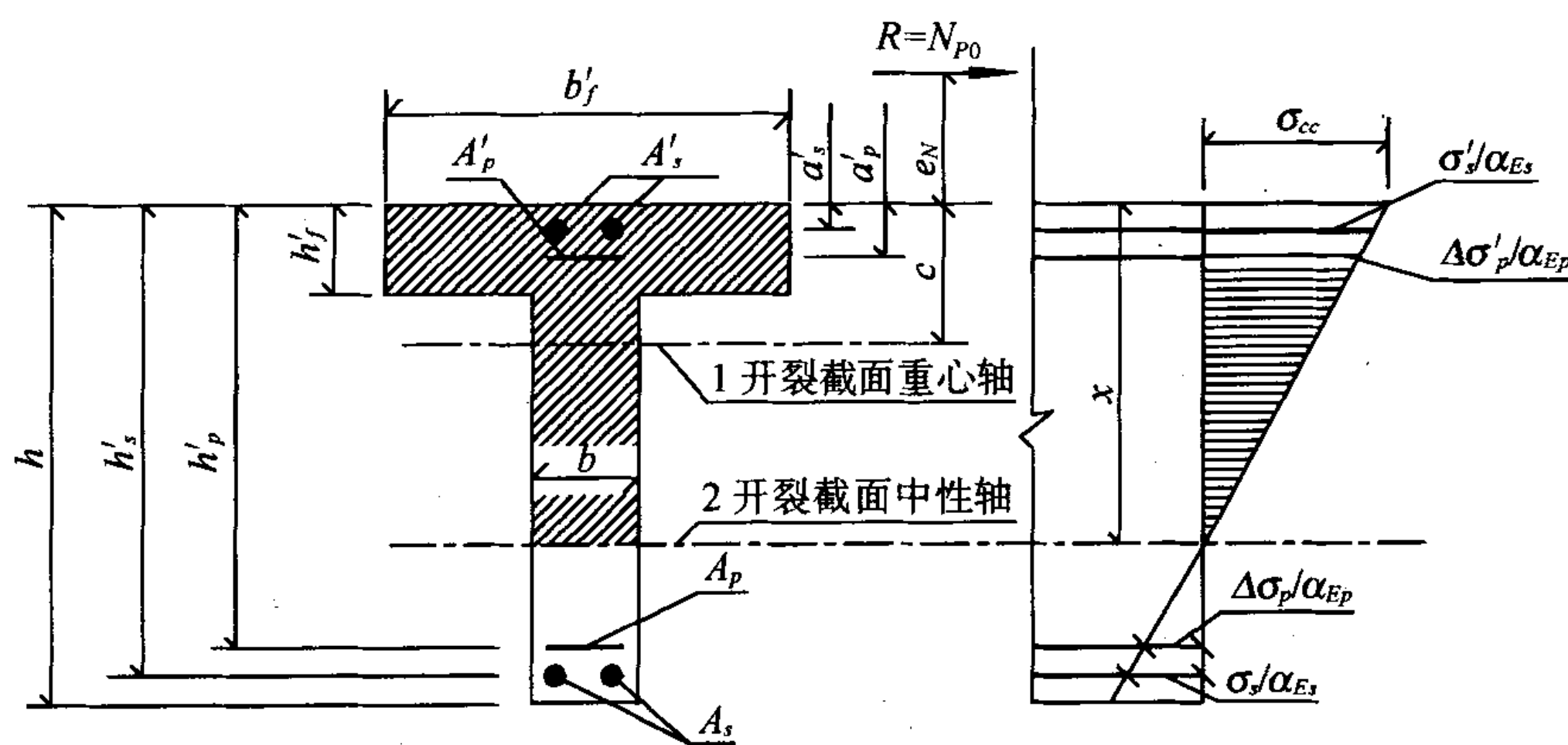


图1 开裂后的部分预应力混凝土受弯构件截面应力计算图式

$$\frac{1}{2} \sigma_{cc} b_f x \left( e_N + \frac{x}{3} \right) - \frac{1}{2} \sigma_{cc} \frac{x - h_f'}{x} (b_f' - b) \cdot (x - h_f') \left( e_N + h_f' + \frac{x - h_f'}{3} \right) + \sigma_s' A_s' (e_N + a_s') + \Delta \sigma_p' A_p' (e_N + a_p') - \Delta \sigma_p A_p (e_N + h_p) -$$

$$\sigma_s A_s (e_N + h_s) = 0 \quad (1)$$

式(1)中普通钢筋应力 $\sigma_s'$ 、 $\sigma_s$ 和预应力钢束的应力增量 $\Delta \sigma_p'$ 、 $\Delta \sigma_p$ ,可按变形图直线比例关系,通过受压边缘混凝土应力 $\sigma_{cc}$ 来表示:

$$\sigma'_s = \alpha_{E_s} \sigma_{cc} \frac{x - a'_s}{x} \quad (2)$$

$$\Delta\sigma'_p = \alpha_{E_p} \sigma_{cc} \frac{x - a'_p}{x} \quad (3)$$

$$\Delta\sigma_p = \alpha_{E_p} \sigma_{cc} \frac{h_p - x}{x} \quad (4)$$

$$\sigma_s = \alpha_{E_s} \sigma_{cc} \frac{h_s - x}{x} \quad (5)$$

将式(2)~式(5)代入式(1)中,并令: $g_p = h_p + e_N$ ;  $g_s = h_s + e_N$ ;  $g'_p = a'_p + e_N$ ;  $g'_s = a'_s + e_N$ ;  $b_0 = b'_f - b$ 。整理并消去共同项  $\sigma_{cc}$ ,即可求得一个以  $x$  为未知数的一元三次方程式:

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \quad (6)$$

式(6)中各系数按下组公式计算:

$$A = b$$

$$B = 3be_N$$

$$C = 3b_0h'_f(2e_N + h'_f) + 6\alpha_{E_p}(A_p g_p + A'_p g'_p) + 6\alpha_{E_s}(A_s g_s + A'_s g'_s)$$

$$D = -b_0h'^2_f(3e_N + 2h'_f) - 6\alpha_{E_p}(A_p h_p g_p + A'_p h'_p g'_p) - 6\alpha_{E_s}(A_s h_s g_s + A'_s h'_s g'_s)$$

计算求得系数  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  后,代入式(6)解一元三次方程式,求得  $x$  值。

求得中性轴位置后,即可由所有的力水平投影之和为零的平衡条件,求得混凝土受压边缘的应力  $\sigma_{cc}$  为:

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{p0}x}{S_0} \quad (7)$$

式中: $S_0$  为换算截面对开裂截面中性轴的面积矩,按下式计算:

$$S_0 = \frac{1}{2}b'_f x^2 - \frac{1}{2}(b'_f - b)(x - h'_f)^2 + \alpha_{E_p} A'_p (x - a'_p) + \alpha_{E_s} A'_s (x - a'_s) - \alpha_{E_p} A_p (h_p - x) - \alpha_{E_s} A_s (h_s - x) \quad (8)$$

求得  $\sigma_{cc}$  后,即可计算普通钢筋的应力  $\sigma'_s$ 、 $\sigma_s$  和预应力钢束应力增量  $\Delta\sigma'_p$ 、 $\Delta\sigma_p$ 。

预应力钢束的总应力为:

$$\sigma_p = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p \quad (9)$$

$$\sigma'_p = \sigma'_{p0} + \Delta\sigma'_p \quad (10)$$

确定中性轴位置后,开裂截面的应力可按新桥规推荐的下列公式计算。

开裂截面混凝土受压边缘应力为:

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{p0}}{A_{cr}} + \frac{N_{p0}e_{0NC}}{J_{cr}} \quad (11)$$

开裂截面受拉区预应力钢束的应力增量为:

$$\Delta\sigma_p = \alpha_{E_p} \left[ \frac{N_{p0}}{A_{cr}} + \frac{N_{p0}e_{0N}(h_p - c)}{J_{cr}} \right] \quad (12)$$

式中: $e_{0N}$  为合力  $R$  ( $R = N_{p0}$ ) 的作用点至开裂换算截面重心轴的距离;

$$e_{0N} = e_N + c$$

式中: $c$  为截面受压区边缘至开裂换算截面重心轴距离,

$$c = \left[ b'_f x \frac{x}{2} - (b'_f - b)(x - h'_f)(h'_f + \frac{x - h'_f}{2}) + (\alpha_{E_s} - 1)A'_s a'_s + (\alpha_{E_p} - 1)A'_p a'_p + \alpha_{E_p} A_p h_p + \alpha_{E_s} A_s h_s \right] / \left[ b'_f x - (b'_f - b)(x - h'_f) + (\alpha_{E_s} - 1)A'_s + (\alpha_{E_p} - 1)A'_p + \alpha_{E_p} A_p + \alpha_{E_s} A_s \right]$$

$e_N$  为合力  $R$  ( $R = N_{p0}$ ) 作用点至截面受压边缘的距离,

$A_{cr}$  为开裂换算截面面积,按下式计算:

$$A_{cr} = b'_f x - (b'_f - b)(x - h'_f) + (\alpha_{E_p} - 1)A'_p + (\alpha_{E_s} - 1)A'_s + \alpha_{E_p} A_p + \alpha_{E_s} A_s$$

$J_{cr}$  为开裂换算截面对重心轴的惯性矩,

$$J_{cr} = \frac{b'_f x^3}{12} + b'_f x \left( c - \frac{x}{2} \right)^2 - \frac{(b'_f - b)(x - h'_f)^3}{12} - (b'_f - b)(x - h'_f) \left( c - h'_f - \frac{x - h'_f}{2} \right)^2 + (\alpha_{E_s} - 1)A'_s (c - a'_s)^2 + (\alpha_{E_p} - 1)A'_p (c - a'_p)^2 + \alpha_{E_p} A_p (h_p - c)^2 + \alpha_{E_s} A_s (h_s - c)^2$$

按式(11)求得的混凝土边缘最大压应力应满足  $\sigma_{cc} \leq 0.5 f_{ck}$  的要求。按式(12)求得预应力钢筋的最后应力应满足下列要求:

对钢丝、钢绞线为  $\sigma_p = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p \leq 0.65 f_{pk}$ ;

对精轧螺纹钢筋为  $\sigma_p = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p \leq 0.8 f_{pk}$ 。

预应力混凝土受弯构件受拉区的普通钢筋,在使用阶段的应力很小,可不必验算。

应特别提到的是,在部分预应力混凝土 B 类构件开裂后应力计算和变形计算中,都需要求解一元三次方程以求得混凝土受压区高度,这是一件很麻烦的事。为了简化计算,探讨混凝土受压区高度简化公式是十分必要的。受压区高度简化公式的建立,使部分预应力混凝土 B 类构件开裂截面的应力计算,特别是在变形计算中开裂后截面惯性矩的计算工作量可大幅度减少。

## 2 分析模型与数据处理

为了全面了解 B 类构件受压区高度的影响因



素,使用名义拉应力计算程序(steel2.exe)计算了104种不同跨径、不同截面几何性质的简支T形梁<sup>[3]</sup>,见图2所示,并根据跨中截面的荷载组合情况,配置了预应力钢束和非预应力钢筋。本着突出主要因素,忽略次要因素的原则,容许裂缝宽度 $[\delta]$ 取0.1 mm;预应力钢束采用 $\phi 15.2$ 钢绞线,单根钢绞线的公称截面面积为 $139 \text{ mm}^2$ ,抗拉强度标准值 $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$ ,张拉控制力取 $\sigma_{con} = 0.75 f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$ ,预应力损失按张拉控制力的25%进行估算;非预应力钢筋采用HRB400钢筋,直径为24 mm。抗拉强度标准值 $f_{sk} = 400 \text{ MPa}$ ;混凝土强度等级为C40,抗压强度标准值 $f_{ck} = 26.8 \text{ MPa}$ 。所采用的名义拉应力法计算程序(steel2.exe)已经考虑了对新桥规中名义拉应力法的修正<sup>[3]</sup>。使用该程序对相应简支T形模型梁进行计算,配置预应力钢束和非预应力钢筋,并计算相应的净截面和换算截面的几何性质。

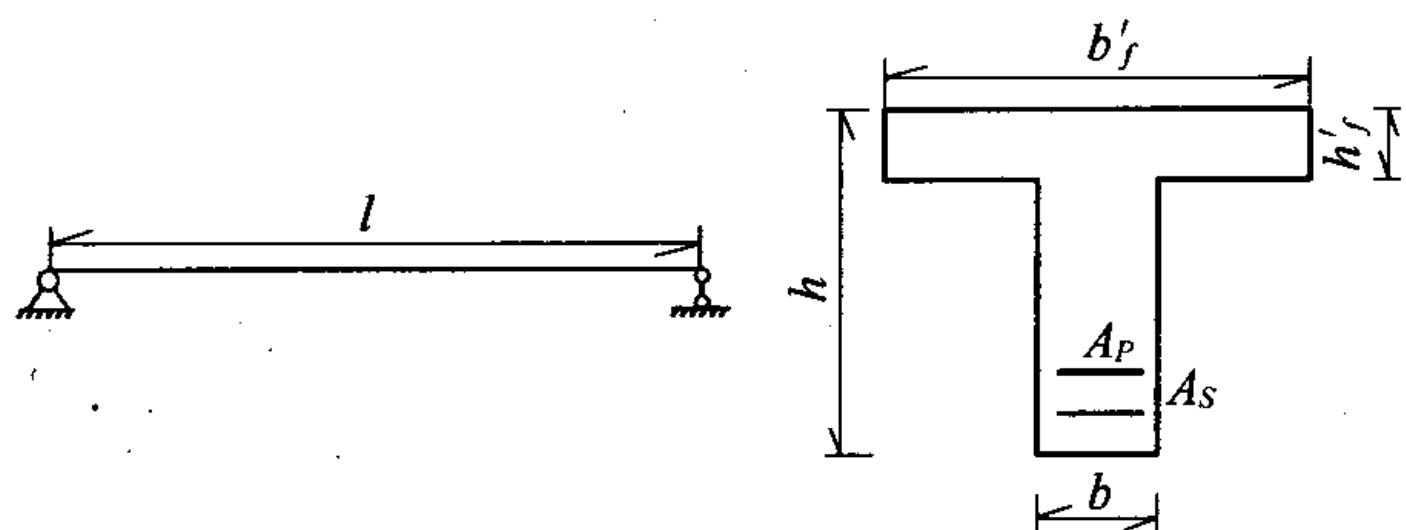


图2 简支T形梁计算模型

根据式(6),编制求解B类构件受压区高度的计算程序(sim.exe),程序中计算相应一元三次方程各项系数,并通过二分法求得有效实数解,计算框图见图3所示。

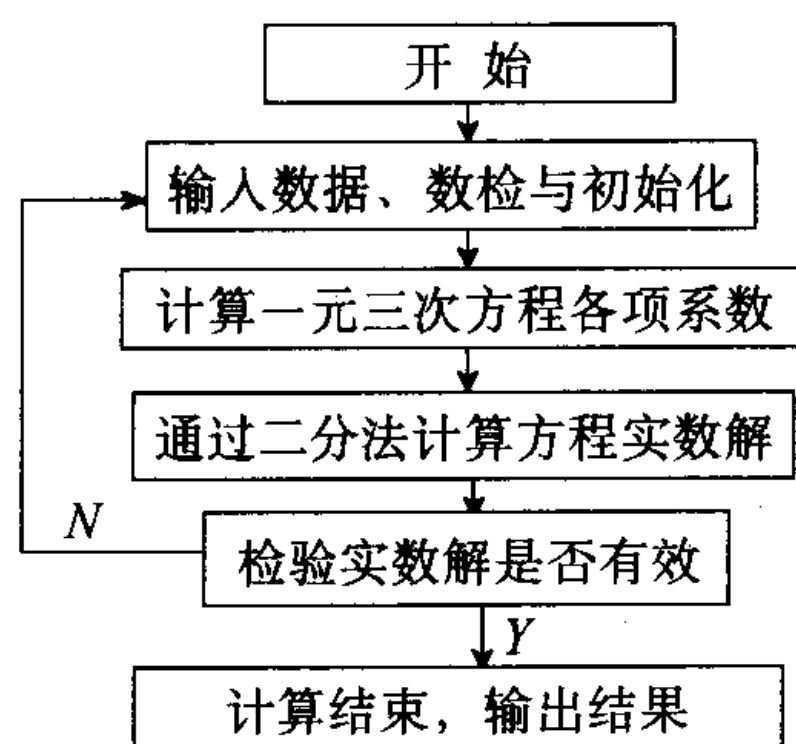


图3 程序框图

通过名义拉应力法计算程序(steel2.exe)和B类构件受压区高度的计算程序(sim.exe),计算出在应用名义拉应力法配置预应力钢束和非预应力钢筋,之后计算出不同跨径、不同截面几何性质的简支T形梁的受压区高度(令 $r_f' = (b_f' - b)h_f'/bh_0$ ,为截

面几何特征系数),文献[3]给出了详细的计算结果。

### 3 回归分析

由式(6)可知,影响受压区高度的主要变量是 $e_N, h_0, r_f'$ 。其中 $e_N = (M_K - N_{p0}h_{p0})/N_{p0} = \frac{M_K}{N_{p0}} - h_{p0}$ ,代表了使用荷载弯矩 $M_K$ 和与虚拟荷载方向相反的压力 $N_{p0}$ 对受压区高度 $x$ 的影响; $r_f'$ 代表了截面几何特征对受压区高度 $x$ 的影响; $h_0$ 代表截面有效高度对受压区高度 $x$ 的影响。

以文献[3]中的结果数据作为样本空间,利用统计分析软件SPSS对受压区高度进行多元回归,得到简化公式如下:

$$x = 0.5109 - 0.9306(1 - r_f')e_N/h_0 \quad (13)$$

本回归中采用Stepwise的回归模式,程序中自行分析各变量与受压区高度 $x$ 之间的相关性,在计算过程中加入或删除单个变量,直到所建立的方程中不再含有可加入或删除的变量为止。式(13)中包含3个参变量,回归具有较好的精度,如增加参变量的数量,公式将变得复杂,且精度提高不大。

经计算,线性回归的复相关系数为 $R = 0.80$ ,简化公式计算值的均方差为0.0225。

由误差分析表<sup>[3]</sup>可知,简化公式具有一定的精度,在实际计算中能满足工程问题的需要。这样可以使部分预应力B类构件开裂截面的应力计算,特别是在变形计算中开裂后截面惯矩的计算工作量大幅度减少,具有一定的实际意义。

### 4 计算算例

为了进一步验证简化公式的实用性,笔者建立了算例对B类构件受压区高度简化公式进行了验证(见表1、表2,荷载效应组合按跨中截面计算)。由表1、表2可知,部分预应力B类构件受压区高度简化公式的精度满足实际工程需要。表中 $\lambda = x/x'$ ,体现相对误差。

### 5 结语

从确定中性轴位置简化公式的实际意义出发,介绍新桥规中部分预应力B类构件开裂后应力验算的具体内容。应用名义拉应力法计算程序配置模型梁的预应力钢束和非预应力钢筋,使用B类构件受压区高度计算程序计算受压区高度,使用统计分析软件对计算结果进行多元线性回归,得到确定B类



表1 算例基本参数

算例序号	跨径/m	$b'_f/\text{m}$	$b/\text{m}$	$h'_f/\text{m}$	$h/\text{m}$	毛面积 $\text{m}^2$	毛惯性矩 $\text{m}^4$	短期组合 kN	极限组合 kN
1	28	2.20	0.30	0.20	1.50	0.830 0	0.172 7	3 794.84	5 897.81
2	33	2.20	0.30	0.19	1.60	0.841 0	0.205 9	5 006.51	7 631.81

表2 算例计算结果

算例序号	预应力钢束面积/ $\text{mm}^2$	非预应力钢筋面积 $\text{mm}^2$	$e/\text{m}$	$x/\text{m}$	简化公式计算的受压区高度 $x'/\text{m}$	$\lambda$
1	2 641.00	4 524.00	0.205 0	0.494 8	0.507 1	0.986 2
2	3 336.00	5 428.80	0.257 0	0.521 9	0.497 2	1.049 6

构件受压区高度的简化公式,并进行了相应的误差分析。计算算例的结果表明,简化公式可满足实际工程的需要。

#### 参考文献:

[1] JTG D62—2004,公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].

[2] JTJ023—85,公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].

[3] 马亮. 钢筋混凝土及预应力混凝土构件设计及程序开发[D]. 哈尔滨工业大学工学硕士学位论文. 2003.

[4] 沙丽新. 新桥梁规范试设计分析[D]. 哈尔滨工业大学工学硕士学位论文. 2002.

## Simplified Formulas of Height of Compressive Region of Partially Prestressed B Type Member

MA Liang<sup>1</sup>, ZHANG Hui<sup>2</sup>, WANG Tong<sup>1</sup>

(1. School of Resource and Civil Engineering, Northeast University, Shenyang 110202, China;

2. Liaoning Provincial College of Communications, Shenyang 110122, China)

**Abstract:** On the basis of analyzing a lot of calculating examples, the simplified formulas of calculating the height of compressive region of partially prestressed B type members are got by regression analysis. The workload of stress calculation of cracked section of partially prestressed B type members is reduced and the workload of moment of inertia calculation of cracked section in deformation calculation is specially reduced.

**Key words:** partially prestressed B type member; height of compressive region; regression analysis; simplified formula