

文章编号: 0451-0712(2004)12-0125-05

中图分类号: TU470

文献标识码: A

加筋土等效附加力弹性薄板法

彭从文

(湖北国土资源职业学院 荆州市 434100)

摘 要: 将加筋土等效为弹性薄板,将筋材作用等效为附加力,提出了等效附加力与弹性薄板理论相结合对加筋土结构进行安全性预测与设计计算的方法。

关键词: 加筋土; 弹性薄板; 等效附加力

目前加筋土技术广泛应用于边坡工程、软弱地基处理、桥头跳车处理及路面加固等诸多方面。国内外许多学者对加筋土进行了大量的研究工作,但由于加筋土作用机理的复杂性,大多数情况下加筋土的分析计算还是借助有限单元法进行,其计算过程较为繁琐、复杂,在一定程度上较难推广、应用,因此,探寻相对简单、实用的加筋土计算方法有积极的现实意义。笔者在此方面进行了一定的研究,提出了等效附加力与弹性薄板理论相结合的加筋土等效附加力弹性薄板计算方法,它能对加筋土结构进行安全性分析,也能对加筋土设计起一定的参考作用。

1 加筋土等效附加力弹性薄板方程

在弹性力学中,2个平行面和垂直于这2个平行面的柱面或棱柱面所围成的物体称为平板(板),若板的厚度远小于中面的最小尺寸,则这个板就称为薄板。由挠度表示的承受横向与纵向荷载的薄板平衡方程为:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) - \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = q \tag{1}$$

式中: $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$,为板的弯曲刚度; E 为弹性模量; t 为薄板厚度; μ 为泊松比; w 为挠度; q 为横向荷载; N_x 、 N_y 、 N_{xy} 分别为薄板 x 、 y 方向单位宽度上的法向力与切向力。

若弹性基础上的板承受横向与纵向荷载,则有式(2):

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) - \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + kw = q \tag{2}$$

式中: K 为基床系数。

若薄板只有2个对边均匀受力,不妨设 $N_y=0$ 、 $N_{xy}=0$,则式(2)变为:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + kw = q \tag{3}$$

收稿日期:2004-06-11

涵的使用情况来看,加固范围内的路基(台背)压实度达97.5%~98.6%(平均达98.1%),弯沉值小于1.4~1.6mm(平均小于1.5mm),比加固前或与其他路段相比提高了30%以上。

本工程现已基本通车,经设计、监理、业主和检测部门的共同检验,已取得了较好的效果。

7 结语

(1)生石灰桩可以有效地对桥、涵台后起到挤密作用,

减少台后的工后沉降量。

(2)采用生石灰桩可以提高路基土(台背填料)的整体密实度,改善路基土的抗变形能力。

(3)利用生石灰桩技术,以简单的施工工艺和较少的资金投入,可以起到较好的效果,大大改善了桥梁(板涵)台后压实度和平整度,保证了行车的舒适性。

(4)生石灰桩技术,已在江西省高速公路中得到了广泛的推广和应用。

大量的工程实践表明,土工材料具有横向抗拉能力,能增强垫层的整体性。笔者认为:当满足下列条件时,可将加筋垫层视作薄板处理。

- (1)采用室类筋材或端部严格回折的膜类材料。
- (2)垫层内材料变形模量远大于周围材料变形模量。
- (3)加筋垫层尺寸满足薄板要求。

筋材的作用可以等效为作用在薄板两侧的附加力,其值根据筋材的变形值,由相应的本构关系确定。此时,加筋垫层薄板方程可写为:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) - T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + kw = q \quad (4)$$

式中: T 为筋材作用在板上的等效力,其大小与筋材变形量有关。若已知筋材拉力,则可通过薄板理论常规方法得到解答。不过,往往我们不能事先确定筋材拉力值,此时,可用能量法求解。

2 能量法解答

2.1 计算假定

能量法求解中没有直接用到式(4),而是从能量原理出发,得到解答。计算中,除了满足薄板理论要求外,还增加了以下几点假设:

- (1)筋材的作用等效为作用于薄板侧面的法向压力 T ;
- (2)筋材为弹性变形;
- (3)筋土变形协调且不断裂;
- (4)地基反力特性满足文克尔假设。

若以加筋路堤为研究对象,取道路纵向单位长度为分析单元,则薄板受力如图1所示。

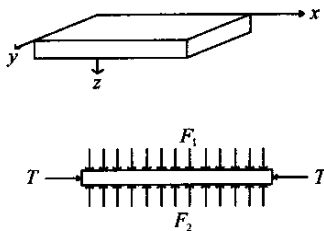


图1 加筋薄板受力分析示意

x 为道路横向,其宽度值为 a , y 为道路纵向,取为单位值, T 为薄板所受纵向力, F_1 为筋土结构表面作用力, F_2 为地基反力。边界条件可设为两端简支(横向),两端自由(纵向),则挠度(位移)模式可取为:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (5)$$

设外力功与形变能分别由 G 、 U 表示,由位移变分法有:

$$\frac{\partial}{\partial A_m}(U - G) = 0 \quad (6)$$

由此可得 m 个线性方程,求出系数 A_m ,从而可得到挠度值 w 及相关解答。

2.2 形变势能计算

在薄板小挠度弯曲问题中,按计算假定,不计形变分量 $\epsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$,则形变势能公式简化为:

$$u = \frac{1}{2} \iiint (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \quad (7a)$$

代入相应的应力与应变分量,有:

$$u = \frac{Ez}{2(1-\mu^2)} \iiint z^2 \left\{ (\nabla^2 w)^2 - 2(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy dz \quad (7b)$$

上式括号中的各项都不随 z 值而变化,将上式的右边对 z 进行积分,有:

$$u = \frac{1}{2} \iint D \left\{ (\nabla^2 w)^2 - 2(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (7c)$$

在等厚度的薄板中,是常量,若一个矩形没有自由边,而只有固定边与简支边,利用格林公式,上式可以简化为:

$$u = \frac{D}{2} \iint D (\nabla^2 w)^2 dx dy \quad (7d)$$

本文只说明能量法计算过程,简化起见,对挠度

(位移)值只取一项 $w = A_1 \sin \frac{\pi x}{a}$,代入上式得:

$$u = \frac{\pi^4 D A_1^2}{4a^3} \quad (8)$$

2.3 外力功计算

外力包括上部荷载 F_1 、地基反力 F_2 及筋材作用力 T 。下面分别计算其做功值。

(1)筋材功。 T 为 x 方向的线荷载,作用在 z 处,其作用力大小计算如下:

$$u_x = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (9a)$$

$$\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9b)$$

$$\sigma_x = E_g \epsilon_x \quad (9c)$$

$$T = \iint \sigma_x dx dy \quad (9d)$$

上式中 u_x 为薄板 x 方向位移值, E_g 为筋材弹性模量。代入各式有:

$$T = \iint E_g t \left[-A_1 z \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{a} \right] dx dy$$

$$= -\frac{2\pi z t E_g A_1}{a} \tag{9e}$$

位移值:

$$w_x = \int_0^a z A_1 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{a} dx = \frac{2\pi z A_1}{a} \tag{9f}$$

因此筋材做功:

$$\begin{aligned} G_1 &= T \times w_x = \left(-\frac{2\pi z t E_g A_1}{a} \right) \times \left(\frac{2\pi z A_1}{a} \right) \\ &= -\frac{4t E_g (A_1 z \pi)^2}{a^2} \end{aligned} \tag{10}$$

(2)地基反力功。地基反力满足文克尔假设,其大小为 $k \times w$,反力做功:

$$\begin{aligned} G_2 &= \iint (-k \times w) \times w dx dy \\ &= \iint -k \times \left(A_1 \sin \frac{\pi x}{a} \right)^2 dx dy \\ &= \frac{k a A_1^2}{2} \end{aligned} \tag{11}$$

(3)上覆荷载做功为(外力可为变量,也可可为常量,此处为了计算简单,假定外力为常量):

$$\begin{aligned} G_3 &= \iint F \times w dx dy \\ &= \iint F \times \left(A_1 \sin \frac{\pi x}{a} \right) dx dy \\ &= \frac{2a F A_1}{\pi} \end{aligned} \tag{12}$$

由上式可得外力功总计为:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \tag{13}$$

将式(13)及式(7)代入式(6)得:

$$A_1 = \frac{4a^4 F}{\pi^5 D + 16t E_g a \pi^3 z^2 + 2k \pi a^4} \tag{14}$$

代入式(5)得位移值:

$$w = \frac{4a^4 F}{\pi^5 D + 16t E_g a \pi^3 z^2 + 2k \pi a^4} \sin \frac{\pi x}{a} \tag{15}$$

薄板位移平均值:

$$w_m = \frac{\int_0^{0.5a} w dx}{0.5a} = \frac{2w}{\pi} \tag{16}$$

已知位移后,可由相应公式得到加筋土结构内力值,在此略去。

2.4 几点说明

(1)适用范围。

这里要特别说明的是,此法得到的挠度值(竖向位移)是指结构在一定荷载作用下的最终值(最大值);反过来,若能已知筋材所能承担的最大拉力,则能求出一定挠度下加筋土可以承担的最大上覆荷载。因此,该方法可用于加筋土结构安全性预测与设计计算。

(2)关于筋材与结构整体模量取值。

筋材应力应变关系其实是非线性的,在本文中为了突出所研究问题,将其设定为线弹性。若将其设为非线性,则只能采用变模量的方式,即 $\sigma = E(\sigma, \epsilon) \epsilon$, 计算时还要反复迭代,直到变形协调为止。

加筋土结构采用复合模量,即采用筋土模量的加权平均值。

(3)筋材应变及作用点。

采用筋材所在结构层面的土体应变作为筋材应变值,以此值计算筋材作用力,该力作用在薄板侧壁筋土界面处,且为压力。

(4)筋材层数。

计算中对筋材层数无限制,只需在公式中加入相应项即可。若有 n 层筋材,每层筋材离中面层的距离分别是 z_1, z_2, \dots, z_n , 则挠度计算公式为:

$$A_1 = \frac{4a^4 F}{\pi^5 D + 16t E_g a \pi^3 (z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2) + 2k \pi a^4} \tag{17}$$

(5)基床系数确定方法。

实际上,基底各点的基床系数并非常数,而是随着位置的不同而变化,其值取决于地基层土的分布及其压缩性、基底的大小和形状以及为基础荷载和刚度有关的地基应力等一系列复杂因素。因此,严格说来,在进行地基上结构物分析之前,基床系数的数值是难以确定的。作为简化计算,可令地基是一直线变形体,而且多少总有一定的扩散应力与变形能力,因此可用下式计算基床系数初始值。

$$k_i = \frac{p_i}{s_i} = \frac{p_i}{\sum_{j=1}^n \delta_{ij} p_j f_j} \tag{18}$$

式中: p_i, s_i, f_i 和 δ_{ij} 分别为基底压力、沉降、网格面积及沉降系数。

(6)计算步骤。

①计算等代均布荷载、加筋体复合模量、沉降、初始基床系数等参数。

②利用上述公式计算,得到挠度(位移)值。

③据挠度值重新计算基床系数,从而得到新的挠度(位移)值。比较前后 2 次挠度(位移)差值,若其值在限差范围内,则计算结束,输出相应结果;否则,调整基床系数重新计算,如此反复,直至满足相应精度为止。

3 工程实例

3.1 工程概况

上海外滩二期工程建设中,拟对部分道路进行改扩建,新建道路按一级公路设计,加宽后的道路有 20~22 m 宽的路面建在黄浦江边的岸坡上,路基以回填土构筑,自黄浦江一侧起分为宽 5 m 的人行道、宽 10 m 的自行车道、宽 1 m 的分隔带和宽 5~6 m 的机动车道。地层均为高压缩性淤泥质土,沉降预测表明如在这种地基上直接填土筑路,最大沉降值可达 86 cm,由此将使道路和在道路下铺设的管线遭受灾难性的损失。鉴于多种原因,施工中对路面结构设置以土工布包封加强的水泥粉煤灰土下卧层,形成可对路面结构起支托作用的硬壳层,同时设置监测断面,量测在工程施工过程中和交付使用后路基和路面位移变化规律,以验证这类工程能否在使用安全性方面达到预期的效果。

加筋垫层由 2 层加筋体组成,共铺设上、中、下 3 层土工布。上层加筋体厚 80 cm,材料为内含 3%~6% 水泥的粉煤灰,成型后回弹模量为 20~25 MPa;第二层加筋体厚 30 cm,由最大粒径不大于 80 mm,并用压路机压实的碎石组成。土工布纵向抗拉强度为 40 kN/m,伸长率为 18%,横向抗拉强度为 36 kN/m,伸长率为 18.7%,厚度为 0.68 mm。土工布沿道路横向摊铺,纵向搭接宽度为 0.5 m。同一断面中土工布若断开,搭接长度要求不小于 3 m,下层和 中 层 土 工 布 摊 铺 时,两 端 预 留 有 包 裹 长 度,且 不 小 于 3 m。

3.2 参数计算

(1) 作用荷载。

作用在板上的荷载除了人流荷载与汽车荷载外,还有材料的自重。计算自重荷载时将直接作用在垫层上的填土和沥青混凝土路面的容重分别取为 18 kN/m³和 20 kN/m³,并按道路横剖面图令人行道处的填土层厚 $H_1=1.0$ m,非机动车道的沥青碎石

路面层厚为 0.58 m,分隔带的填土层厚为 0.8 m,机动车道的沥青碎石路面层为 0.7 m。所得计算荷载分别为: $q_1=21.5$ kN/m; $q_2=15.1$ kN/m; $q_3=14.4$ kN/m; $q_4=25.7$ kN/m。

荷载大小分布如图 2 所示。

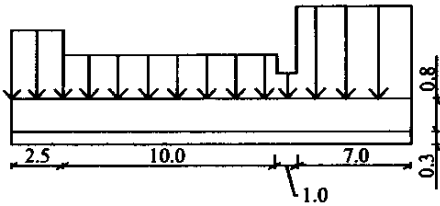


图 2 上覆计算荷载分布示意

等代均布荷载采用加权平均,则有:

$$F=(215\times 25+151\times 10+144\times 1.0+257\times 7.0)/205=194\text{ kN/m}$$

(2) 弹性参数估算。

由于以土工布包封的垫层材料在与土体的界面上传力状态较为复杂,难以在计算中精确模拟,故在分析计算中将垫层视为各向同性的弹性复合体,弹性模量取为按面积计算的加权平均值。依据上海市市政工程研究所积累的资料,将粉煤灰填料的回弹模量取为 52 MPa(厚度 0.8 m);碎石垫层回填模量为 700 MPa(厚度为 0.30 m);土工布厚度为 0.68 mm,其弹性模量为 294 MPa($T=3\times 0.68$ mm)。由上述各指标算得的综合弹性模量的加权平均值(复合模量)为:

$$E=228.85\text{ MPa}$$

(3) 初始基床系数计算。

采用分层总和法计算板下地基平均沉降。板下平均应力取 $P=20.0$ kN/m²,沉降量计算见表 1。

表 1 地基平均沉降计算值

| 项 次 | 埋深/m | 平均附加应力系数 | 平均附加应力/kPa | 压缩模量/MPa | 沉降量/mm |
|-----------------|------|----------|------------|----------|--------|
| 素填土 | 1.5 | 0.75 | 15.0 | 9.5 | 2.36 |
| 灰色粘质粉土 夹粉质粘土 | 7.0 | 0.721 | 14.42 | 6.69 | 11.83 |
| 灰色淤泥质 粘土 | 17.0 | 0.612 | 12.24 | 2.2 | 55.6 |
| 灰色粘土 | 22.0 | 0.49 | 9.8 | 2.96 | 16.5 |
| 合 万 方 数 据 | | | | | 86.29 |

计算得初始基床系数 $K = P/S = 20/86.29 \times 10^{-3} = 231.0 \text{ kN/m}^3$

3.3 沉降(位移)计算

筋材模量 $E_g = 294 \text{ MPa}$, 加筋体复合模量取 $E = 228 \text{ MPa}$, 筋材厚度 $t = 0.68 \text{ mm}$, 板厚取 1.1 m , 筋材离中面的距离分别是 0.25 m 、 0.55 m 、 0.55 m 。 $F = 19.4 \text{ kN/m}^2$, $K = 231 \text{ kN/m}^3$, 板长 $a = 20.5 \text{ m}$ 。

板弯曲刚度为:

$$\begin{aligned} D &= Et^3 / (12(1 - \mu^2)) \\ &= 228.0 \times 10^3 \times 1.1^3 / 12(1 - 0.5^2) \\ &= 33\,718.0 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

将参数代入式(14)得到 $A_1 = 0.053 \text{ m}$ 。

经迭代计算,得基床系数 $K = 153.39 \text{ kN/m}^3$, 最大位移为 74.5 mm , 平均位移为 47.4 mm 。

3.4 结果比较

从实测结果来看, 断面累计沉降平均值为 56.5 mm , 最大值为 89.0 mm , 分别较计算值大

19.1% 与 19.4% , 实测沉降值与理论计算值较为接近, 可以说, 采用等效附加力弹性薄板法对加筋土结构变形预测的计算结果有一定的参考价值。

4 结语

在一定情况下, 可将加筋土视为弹性薄板计算, 筋材的作用等效为作用在薄板侧面的附加力, 此方法可用来计算加筋土结构的最终沉降量, 也可用来进行加筋土结构设计。本文中将筋材视为线弹性, 过于简单, 另外, 在一定情况下, 加筋土弹性薄板也不会满足小变形假定, 这些都有待进一步深入研究。

参考文献:

[1] 徐芝纶. 弹性力学(上、下册)[M]. 人民教育出版社, 1978.
[2] 彭从文. 加筋土等效附加力法及应用研究[D]. 同济大学硕士学位论文, 2004.

EAF-TES Method to Analyze Reinforced Soil

PENG Cong-wen

(College of Territory and Resources of Hubei, Hubei Jingzhou, 434100)

Abstract: A method of combining the theory of elastic slab(TES) with the equivalent affixation force (EAF) is put forward for analysing the safety of the reinforced soil in this paper, it is also a reference to the design of the reinforced soil.

Key words: reinforced soil; elasticity slab; equivalent affixation force

沈阳 2005 年投资 40 亿元修路

2005 年沈阳市公路建设计划投资高达 40 亿元, 将围绕城市出口路改造工程、高速公路建设工程、国省干线公路改造工程、农村公路网建设工程等重点项目展开。

2005 年沈阳市公路建设计划有: 对全市 13 个城市出口路进行景观改造, 计划在 2006 年 4 月之前完成; 高速公路工程包括新建沈阜、辽宁中部城市群环线、沈抚(南)、铁朝高速公路康法过境线等高速公路, 还将按照双向 8 车道标准对沈阳至桃仙机场高速公路实施扩建; 国道改造和农村公路网建设包括建设国道 102 线大二环至铁岭界、国道 304 线市政界至新民、省道沈营线绕城高速公路至辽阳界和省道沈盘线市政界至辽中共 160.7 km 的一级路, 建设省道沈环线、昌法线法库境内段共 18.5 km 的二级路, 建设 1 000 km 的农村公路, 实现村村通沥青路的目标。