

应用双换算法和有限元计算程序 分析连续梁桥的徐变次内力

程翔云

(湖南大学土木工程学院 长沙市 410082)

摘 要: 应用换算弹性模量和荷载换算系数,建立了计算连续梁桥徐变次内力的计算模型。本法具有概念明确、易于用有限元法计算程序进行计算、精度较高和对采用各种施工工艺的连续梁桥具有广泛适用性的优点。

关键词: 连续梁桥; 换算弹性模量; 计算模型; 荷载换算系数; 换算结构弯矩; 徐变次内力; 双换算法

1 双换算法原理与计算模型

1.1 原理

计算超静定梁徐变次内力的换算弹性模量法已在许多文献里^[1,2,3]作过介绍。对于图 1 所示的、存在体系转换的两跨等截面连续梁,当计算它的中支点截面在 $t=\infty$ 时的徐变次内力时,可以取图 1(5)所示的基本结构,写出它的力法方程如下:

$$\delta_{11}^{\oplus} x_{1t} + \Delta_{1p}^{\oplus} = 0 \quad (1)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^{\oplus} &= \sum \int_{li} \frac{\bar{M}_i^2}{E_{\rho\varphi i} I} dx, \quad \Delta_{1p}^{\oplus} = \sum \int_{li} \frac{\bar{M}_i M_p}{E_{\rho\varphi i} I} dx \\ E_{\rho\varphi i} &= \frac{E}{1 + \rho_i(t, \tau) \cdot \varphi_i(t, \tau)}, \quad E_{\varphi i} = \frac{E}{\varphi_i(t, \tau)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: E 、 I 分别为弹性模量和截面抗弯惯矩; $\rho_i(t, \tau)$ 为 i 号梁段的徐变老化系数; $\varphi_i(t, \tau)$ 为 i 号梁段的徐变系数; \bar{M}_i 为当赘余力矩 $x_{1t}=1$ 时的弯矩分布图; M_p 为在切口处由初始弯矩 M_0 及结构自重 $q_{\text{自}}$ 二者产生的弯矩分布图(参见图 1)。

从上式可以看出,对于同一号梁段,采用 2 个不同的换算弹性模量 $E_{\rho\varphi i}$ 、 $E_{\varphi i}$ 分别计算它的常变位 δ_{11}^{\oplus} 和载变位 Δ_{1p}^{\oplus} ,显然是不便于用电算求解的。为此,再引入一个荷载换算系数 η ,它可表为:

$$\eta = E_{\rho\varphi i} / E_{\varphi i} \quad (3)$$

代入到式(2)中,则 Δ_{1p}^{\oplus} 便可以写成

$$\Delta_{1p}^{\oplus} = \sum \int_{li} \frac{\bar{M}_i (\eta_i M_p)}{E_{\rho\varphi i} I} dx \quad (4)$$

于是,两类系数均可用统一的换算弹性模量 $E_{\rho\varphi i}$ 进

行计算了,但需事先将外荷载及初始弯矩(或内力)乘以相应的荷载换算系数。这种同时将弹性模量及荷载进行换算来求解徐变次内力的方法,本文暂称它为“双换算法”。

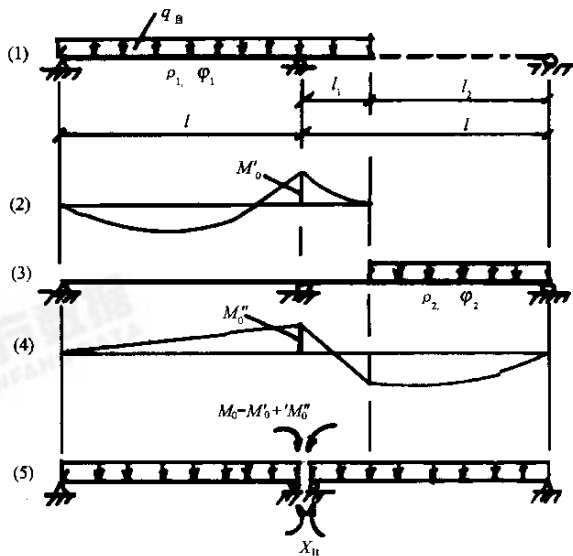


图 1 两阶段施工连续梁桥

1.2 计算模型

鉴于目前在工程设计中,一般均采用平面杆系的有限元法程序来分析结构的内力,作为对文献^[1,2]的内容补充,本文专就应用双换算法分析徐变次内力的计算模型进行讨论,供工程设计人员参考。

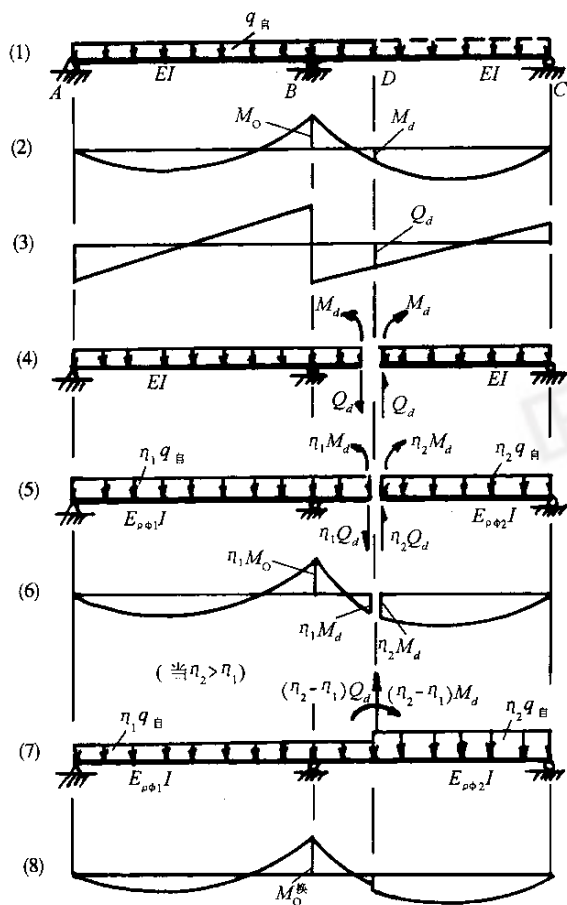
仍以图 1 中的结构为例,设 M_d 、 Q_d 分别为 2 个

施工梁段的结合面在成桥时的初弯矩和初剪力,如图 1 所示。现在为了分析徐变次内力,除了将 2 个梁段的弹性模量 E 分别用 $E_{\rho\varphi 1}$ 和 $E_{\rho\varphi 2}$ 换算外,还应将初始内力及外荷载 $q_{\text{自}}$ 分别乘以换算系数 η_1 和 η_2 ,如图 2((5)、(6))所示。由于结构加载龄期的差异,将随着时间 t 的变化,在结合面上将产生内力差。当 $\eta_2 > \eta_1$ 时,则在结合面处出现集中弯矩差 $(\eta_2 - \eta_1)M_d$ 和集中剪力差 $(\eta_2 - \eta_1)Q_d$,2 个梁段上的恒载集度分别为 $\eta_1 q_{\text{自}}$ 和 $\eta_2 q_{\text{自}}$,如图 2(7)所示,这便是本文需要找到的计算模型。应用电算程序十分方便,并可迅速地得到中支点截面的换算结构弯矩 $M_0^{\text{换}}$ (图 2(8))。于是,中点截面的徐变次弯矩 M_{0t} 可表为:

$$M_{0t} = M_0^{\text{换}} - \eta_1 M_0 \quad (5)$$

它表示中支点截面的弯矩由初始的 $\eta_1 M_0$ (图 2(6))值逐渐变化到 $M_0^{\text{换}}$ (图 2(8))值的增量。由此不难求算全梁各个截面的徐变次弯矩。中支点截面的最终总弯矩应为:

$$M_0^{\text{总}} = M_0 + M_{0t} \quad (6)$$



万方数据

图 2 两跨连续梁桥徐变次内力计算模型

以上便是应用双换算法计算超静定结构徐变次内力的基本原理。

2 实例验证

为了检验本文计算模型的精度和省略一些中间计算过程,作者特选用文献[2]中的图 4-3-54 所示三跨连续梁作为例子,其跨径布置、施工方法、徐变系数及老化系数均按原著不变,读者可取该著与本文进行对照。现将本文分析过程简述如下。

2.1 已知条件

该桥为在支架上分 3 次现浇的三跨连续梁,各梁段依次浇注一周后落架,前后梁段落架时间相隔为 2 周,计算跨径及恒载集度 $q_{\text{自}}$ 示于图 3(1)。

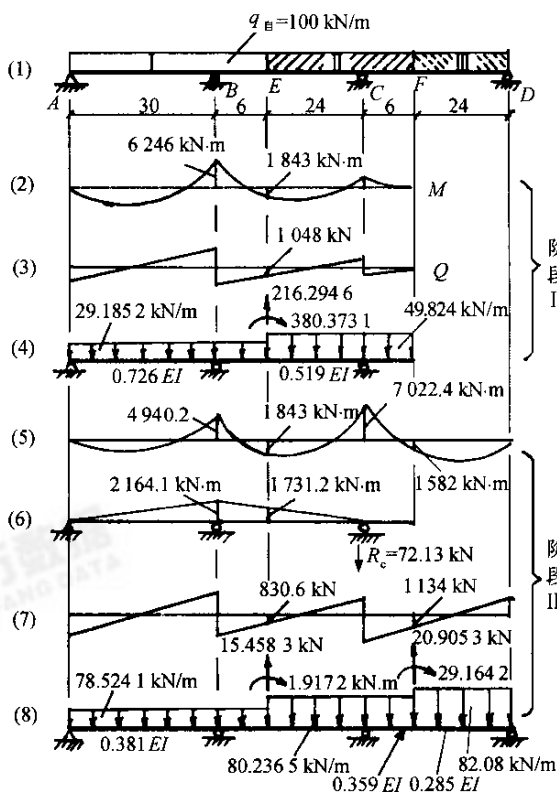


图 3 分三阶段施工连续梁桥的徐变次内力计算模型

2.2 计算步骤

(1)合理划分全桥的梁单元。

本例为等截面连续梁,故单元划分不必太细。为了建模的需要,将全梁共划分为 5 个单元和 6 个结点(即各个支点和两梁段结合面的结点,它们为 A、B、E、C、F 和 D)。

(2)分阶段计算各截面的累计内力。

此时不要采用换算弹性模量,而是按结构设计的弹性模量计算。两个阶段的计算结果示于图 3 的(2)、(3)、(5)和(7)中。

(3)按阶段分别计算各梁段的换算弹性模量和荷载换算系数。

详细计算过程见文献[2],表 1 仅摘录其主要结果,并改用本文所使用的符号。

(4)建立各阶段的计算模型。

这里包括 3 项内容:①用表 1 中的 $E_{\rho\varphi i}$ 分别对各阶段各梁段的弹性模量进行置换;②用表 1 中的系数 η_i 乘以 $q_{\text{恒}}$,但也可用 η_i 乘材料容重 γ ;③按 E 、 F 两个结合面结点两侧梁段的荷载换算系数差 $\Delta\eta = \eta_i - \eta_{i-1}$ 求不平衡的集中弯矩和垂直力(参见图 2(7))。这里要注意一点,当计算第 3 阶段的徐变次内力时,还应将第 2 阶段中的徐变次内力当作外荷载叠加到前面第二步骤中的累计内力里,图 2(6)中弯矩及支点反力就是按图 2(4)计算模型算得的次内力结果。这就是说,当施工阶段更多时,都应把上一阶段的徐变次内力叠加到本阶段的累计内力里,然后建立本阶段的计算模型。

表 1 换算弹性模量及荷载换算系数					
施工阶段	梁段	徐变系数 $\varphi(t, \tau)$	换算弹性模量		荷载换算系数 $\eta_i = E_{\rho\varphi i} / E_{\varphi i}$
			$E_{\varphi i}$	$E_{\rho\varphi i}$	
2	I	0.402	2.487 56 E	0.726 E	0.291 852
	II	0.960	1.041 67 E	0.519 E	0.498 24
3	I	2.061	0.485 20 E	0.381 E	0.785 241
	II	2.235	0.447 43 E	0.359 E	0.802 365
	III	2.880	0.347 22 E	0.285 E	0.820 80

(5)按各阶段计算模型和用电算程序完成徐变次内力计算。

电算输出的结果仅是换算结构上的内力值,然后还应按式(5)计算徐变次内力。一般取中支点的徐变次弯矩 M_{0r} ,据此可以计算其余截面的徐变次内力。中支点的总弯矩可按式(6)计算。

2.3 计算结果及比较

现将本例两个阶段在 B 、 C 两个支点截面的计算结果汇总于表 2。

计算表明,本文计算模型给出的结果与文献[2]中的计算值吻合良好。

3 特例

为了全面理解本文的计算思路,下面再举 2 个例子。 万方数据

3.1 特例 1

表 2 B 、 C 支点截面徐变次弯矩 $\text{kN} \cdot \text{m}$				
阶段	计算内容	B 支点	C 支点	说明
2	初弯矩 M_0	-6 246.0	—	图 3(2)
	荷载换算系数 η_i	0.291 852	—	表 1
	换算结构弯矩 $M_0^{\text{换}}$	-3 987.0	—	图 3(4)的结果
	徐变次弯矩 M_{0r}	-2 164.1	—	按式(5)
3	初弯矩 M_0	-7 104.3	-7 022.4	图 3 中(5)、(6)
	荷载换算系数 η_i	0.785 241	0.802 365	表 1
	换算结构弯矩 $M_0^{\text{换}}$	-6 895.0	-7 808.0	图 3(8)的结果
	徐变次弯矩 M_{0r}	-1 316.4	-2 173.5	按式(5)
		-1 372.0	-2 139.0	

本例取自文献[2]的第 283 页(它引自文献[1])。这是一座先用两侧简支悬臂法施工、而后合拢形成的三跨等截面连续梁。有关跨径布置及徐变特性参数分别示于图 4(1)和表 3。要求计算在体系转换后 B 、 C 支点处的徐变终极次弯矩。

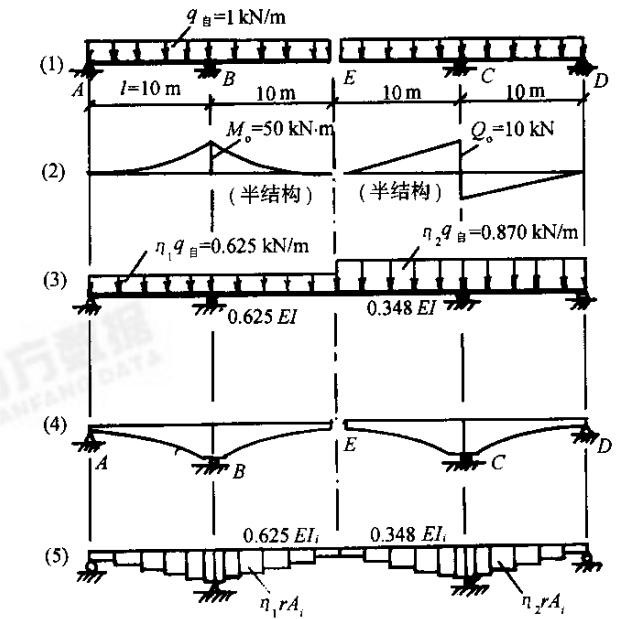


图 4 连续梁桥徐变次内力计算模型的两个特例

表 3 特例 1 的徐变特性参数		
徐变特性	$A-E$ 段	$E-D$ 段
徐变系数 $\varphi(\infty, \tau)$	1.0	2.5
老化系数 $\rho(\infty, \tau)$	0.6	0.75
换算弹性模量	$E_{\varphi i}$	1 E
	$E_{\rho\varphi i}$	0.625 E
荷载换算系数 η_i	0.625	0.870

为了便于计算, 暂设 $l=10\text{ m}$, $q_{\text{自}}=1\text{ kN/m}$, 计算步骤同上, 合拢前的内力分布图示于图 4(2), 从中可以看出, 结合面上无初弯矩和初剪力, 故在图 4(3) 的计算模型中, 只需将结构刚度和均布恒载进行换算, 而不存在有类似于图 3 中的换算集中弯矩和垂直力。计算时将全梁共划分 4 个单元和 A、B、E、C 和 D 共 5 个结点。在 B 和 C 两个支点截面的换算结构弯矩分别为:

$$M_{0B}^{\text{换}} = -22.35\text{ kN} \cdot \text{m}, M_{0C}^{\text{换}} = -20.66\text{ kN} \cdot \text{m}$$

然后代入式(5)中, 便得到它们的徐变终极次弯矩为:

$$M_{Bt} = -22.35 - 0.625 \cdot (-50) = 8.90\text{ kN} \cdot \text{m} \quad (8.96)$$

$$M_{Ct} = -20.66 - 0.870 \cdot (-50) = 22.84\text{ k} \cdot \text{m} \quad (22.81)$$

上式尾部括号内的数值是文献[1, 2]中的计算值, 说明二者吻合较好。

3.2 特例 2

图 4(4)所示是一座三跨变高度连续梁, 其跨径布置, 施工方法以及徐变特性等均与特例 1 完全相同, 唯一差别是截面呈变化形式。对于这种结构, 其计算步骤仍然与上述的相同, 但要注意以下几点。

(1) 单元总数要适当增多, 每个单元内取平均截面尺寸, 因此, 它们的抗弯惯矩 I_i 也是变化的。

(2) 合拢前的支点弯矩 M_0 应按变高度梁计算。

(3) 换算结构上的恒载集度 $\eta q_{\text{自}}$ 可以改写成如下的形式:

$$\eta q_{\text{自}}(i) = \eta \gamma A_i \quad (7)$$

式中: γ 为材料容重; A_i 为各个单元的平均截面尺寸, 这在用电算程序计算时并无困难。当结合面上存在有初弯矩和初剪力时, 仍然可按前述方法进行换算, 即用 $\Delta\gamma$ 乘相应的内力值。图 4(5)是该结构的计算模型。

4 结语

通过算例分析后表明, 本文应用双换算法建立的徐变次内力计算模型, 具有概念明确、计算简便、精度较高、适用面广和便于应用平面杆系有限元法计算程序来完成分析的特点, 因此, 对工程设计人员具有实用价值。

参考文献:

- [1] 周履, 陈永春. 收缩、徐变[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994.
- [2] 刘效尧, 赵立成. 公路桥涵设计手册—梁桥(下)[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.
- [3] 范立础. 桥梁工程(上)[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.

Creep Secondary Internal Force for Continuous Beam Bridges Analyzed by Method of Two Conversion Coefficients and Finit Element Computer Program

Cheng Xiang-yun

(Hunan University, Civil Engineering Institute, Changsha 410082, China)

Abstract: Applying the conversion elastic modulus and conversion coefficient of load, the computer model for calculation of creep secondary internal force for continuous beam bridges is established. This method has advantages of clearing concept, easy calculation by finit element computer program, higher precision and wide applicability for continuous beam bridges with different construction technique.

Key words: continuous beam bridge; conversion elastic modulus; computer model; conversion coefficient of load; moment of conversion structural; creep secondary internal force; method of two conversion coefficients