

# 钢管混凝土桁架拱肋抗弯刚度研究

李玉红<sup>1</sup>, 郝宪武<sup>2</sup>

(1.上海兰德公路工程咨询设计有限公司, 上海市 200031; 2.长安大学公路学院, 陕西西安 710064)

**摘要:**该文针对四肢格构桁式截面钢管混凝土拱肋, 考虑影响钢管混凝土桁式拱肋抗弯刚度的多种因素, 采用 SAP2000 程序, 通过大量的结构模拟计算, 给出各影响因素与挠度的关系, 应用拟合的方法得出各影响因素与挠度的关系式, 再由挠度与刚度的关系, 推导出刚度与各影响因素的拟合关系式, 并通过与传统计算理论的分析比较, 验证计算钢管混凝土桁式拱肋抗弯刚度计算公式。

**关键词:**钢管混凝土桁架拱; 抗弯刚度; 拟合; 换算截面法

**中图分类号:** U443.35 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-7716(2006)04-0168-03

## 0 前言

钢管混凝土结构已经有越来越多的应用, 国内外专家学者进行了大量的探索和研究, 提出了各种不同的理论和计算方法。但在桥梁方面, 钢管混凝土拱桥作为一种应用新材料且极具发展潜力的桥型, 其理论研究目前还比较落后, 跟不上桥梁建设的发展步伐。研究成果大多是从试验中得到的, 虽然有一定的代表性, 但缺少理论上的支持。目前钢管混凝土拱桥的设计中, 大多直接套用钢筋混凝土拱桥的计算方法, 虽然应用比较方便, 但浪费了材料, 钢管混凝土的优点也没有体现出来, 这显然是不合理的。对于钢管混凝土桁架拱拱肋抗弯刚度的计算同样是处于研究的初期, 目前, 我国所建成的钢管混凝土桁架拱桥数量虽然不少, 但就拱肋抗弯刚度的计算却尚无统一的方法和标准, 对工程的设计和施工都带来极大的不便。因此, 寻找一种行之有效的计算钢管混凝土桁架拱之拱肋抗弯刚度的计算方法, 对桥梁设计与施工验算具有现实意义。

## 1 钢管混凝土桁架拱肋抗弯刚度的影响因素及影响规律

该文只讨论四肢桁式断面情况, 如图 1。影响四肢桁式断面钢管混凝土桁架拱肋抗弯刚度的因素主要考虑以下几个方面: 腹杆间距  $a$ 、上下弦杆水平间距  $b$ 、上下弦杆竖直间距  $c$ 、上下弦杆外径  $d$ 、直斜腹杆外径  $e$ 、平联杆外径  $g$  等。

计算的基本思路: 首先应用 SAP2000 程序按空间理论计算出各影响因素与拱肋自重作用下的拱顶挠度  $f$ 。及在拱顶作用 500 kN 集中力时拱顶挠度  $f_1$  的关系, 然后, 用换算截面法计算出拱肋

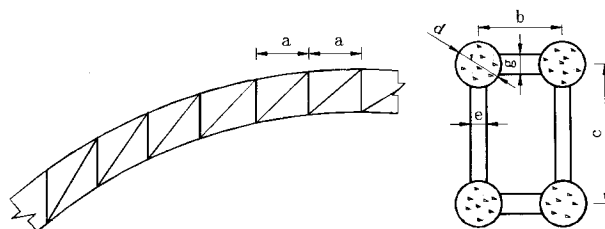


图1 四肢桁式断面

的抗弯刚度, 采用平面杆系理论计算出各影响因素与拱肋自重作用下的拱顶挠度  $f'$  及在拱顶作用 500 kN 集中力时拱顶挠度  $f_1'$  的关系, 最后得出各影响因素与  $\frac{f}{f'}$ 、 $\frac{f_1}{f_1'}$  的关系曲线如下(见图 2~图 13):

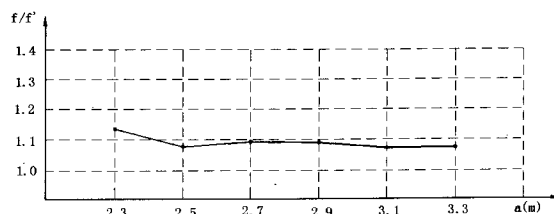


图2  $f/f'-a$  图

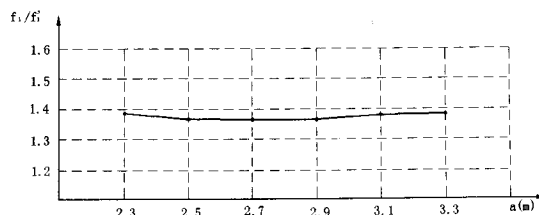


图3  $f_1/f_1'-a$  图

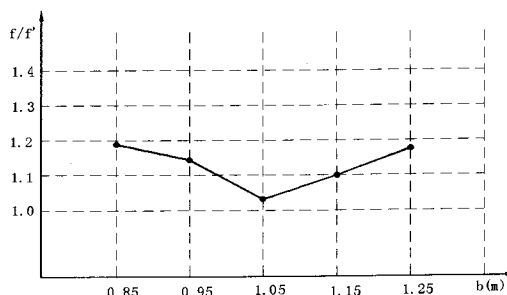
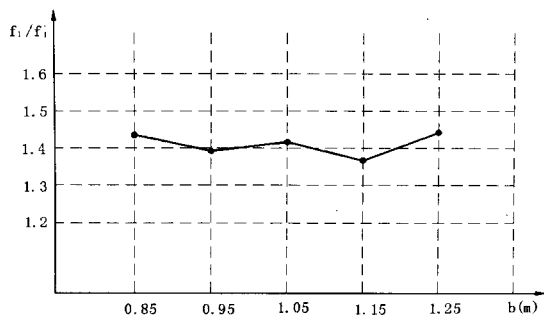
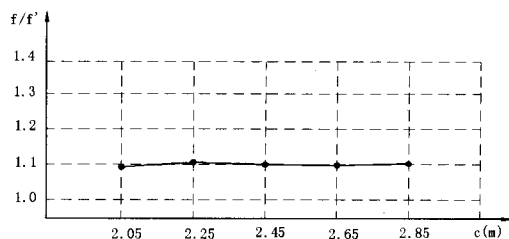
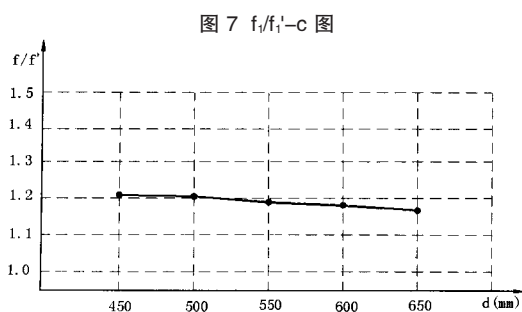
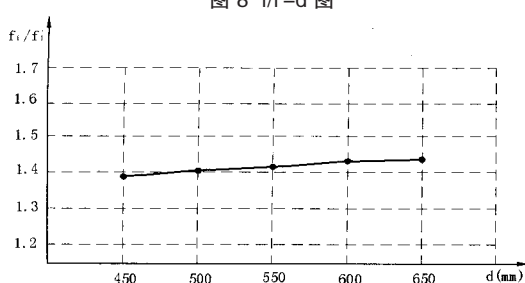
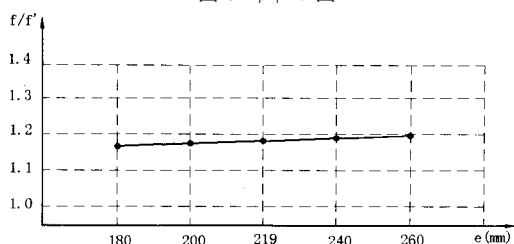
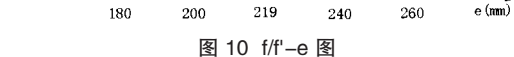
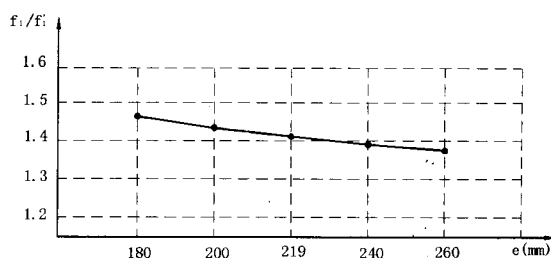
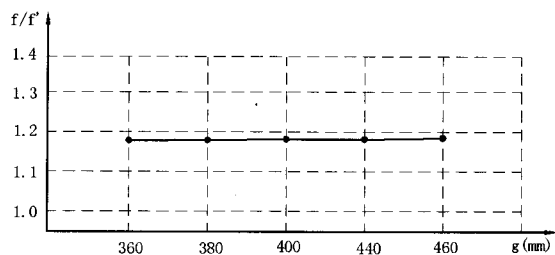
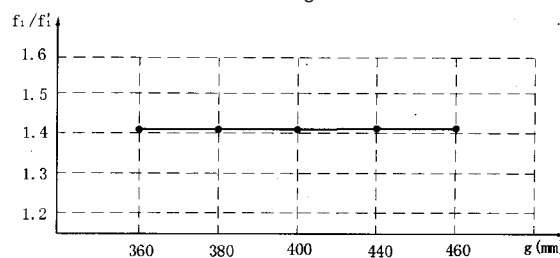


图4  $f/f'-b$  图

收稿日期: 2006-03-29

作者简介: 李玉红(1973-), 女, 黑龙江人, 硕士, 工程师, 主要从事桥梁设计研究工作。

图 5  $f_1/f_1'-b$  图图 6  $f/f'-c$  图图 7  $f_1/f_1'-c$  图图 8  $f/f'-d$  图图 9  $f_1/f_1'-d$  图图 10  $f/f'-e$  图图 11  $f_1/f_1'-e$  图图 12  $f/f'-g$  图图 13  $f_1/f_1'-g$  图

## 2 钢管混凝土桁架拱桥拱肋抗弯刚度的拟合

采用 MATLAB 程序对以上关系曲线进行拟合,得

$\frac{f}{f'}$ 、 $\frac{f_1}{f_1'}$ 、腹杆间距  $a$ 、上下弦杆水平间距  $b$ 、上下弦杆  
 竖直间距  $c$ 、上下弦杆外径  $d$ 、直斜腹杆外径  $e$ 、平联杆  
 外径  $g$  的关系式:

$$\frac{f}{f'} = 0.0487a^3 + 0.42a^2 - 1.2058a + 0.5024b^2 - 1.067b + 0.00083c - 0.036b + 0.0625e + 0.0117g + 2.8491 \quad (1)$$

$$\frac{f_1}{f_1'} = 0.0125a^2 - 0.0698a + 0.7917b^3 - 202997b^2 + 2.182b - 0.0608c^3 + 0.452c^2 - 1.1055c + 0.0417d - 0.1865e + 1.7256 \quad (2)$$

## 3 钢管混凝土桁架拱肋刚度系数的拟合

文献[2]介绍了拱桥的挠度方程的计算。

### 3.1 恒载阶段

$$f_g(x) = -\frac{\sec \varphi}{EI} [M_g^0 + M_g + H_g(y-y_s)] - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_g}{EA} \tan \varphi \right) \quad (3)$$

### 3.2 外载阶段

$$f_q(x) = -\frac{\sec \varphi}{EI} [M_q^0 + M_q + Q_q x + H_q(y-y_s)] - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_q}{EA} \tan \varphi \right) - \frac{H_q}{EI} W_q \sec \varphi \quad (4)$$

由式(3)、式(4),可知:

$$f = -\frac{1}{I} \left\{ \frac{\sec \varphi}{E} [M_g^0 + M_g + H_g(y - y_s)] - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_g}{EA} \tan \varphi \right) \right\} \quad (5)$$

$$f' = -\frac{1}{I'} \left\{ \frac{\sec \varphi}{E} [M_g^0 + M_g + H_g(y - y_s)] - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_g}{EA} \tan \varphi \right) \right\} \quad (6)$$

$$f_1 = -\frac{1}{I_1} \left\{ \frac{\sec \varphi}{E} [M_q^0 + M_q + H_q(y - y_s)] - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_q}{EA} \tan \varphi \right) - \frac{H_q}{E} W_q \sec \varphi \right\} \quad (7)$$

$$f_1' = -\frac{1}{I_1'} \left\{ \frac{\sec \varphi}{E} [M_q^0 + M_q + H_q(y - y_s)] - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_q}{EA} \tan \varphi \right) - \frac{H_q}{E} W_q \sec \varphi \right\} \quad (8)$$

$$\frac{f_1}{f_1'} \approx \frac{I_1'}{I_1} \quad (9)$$

$$\frac{f}{f'} \approx \frac{I'}{I} \quad (10)$$

其中,  $f$ ——用空间结构理论计算的拱肋自重作用下的挠度;

$f_1$ ——用空间结构理论计算的外载作用下的挠度;

$f'$ ——用平面杆系理论计算的拱肋自重作用下的挠度;

$f_1'$ ——用平面杆系理论计算的外载作用下的挠度;

$I$ ——上述  $f$  所对应的拱肋抗弯刚度;

$I'$ ——用换算截面法计算的拱肋自重作用下的抗弯刚度;

$I_1'$ ——用换算截面法计算的外载作用下的抗弯刚度;

$I_1$ ——上述  $f_1$  所对应的拱肋抗弯刚度。

由公式(1)、(2)、(9)、(10)知:

$$I = \left( 0.0487a^3 + 0.42a^2 - 1.2058a + 0.5024b^2 - 1.067b + 0.00083c - 0.036b + 0.0625e + 0.0117g + 2.8491 \right)^{-1} I' \quad (11)$$

$$I_1 = \left( 0.0125a^2 - 0.0698a + 0.7917b^3 - 202997b^2 + 2.182b - 0.0608c^3 + 0.452c^2 - 1.1055c + 0.0417d - 0.1865e + 0.005g + 1.7256 \right)^{-1} I_1' \quad (12)$$

对于同一拱肋  $I' = I_1'$ 。

#### 4 公式适用条件

公式(11)、(12)必须在下列假定条件下才可适用:

(1)平截面假定

即截面法线方向与切线方向的夹角在变形前后保持不变。

(2)弹性中心不动假定

即将拱轴变形引起弹性中心位置的改变量忽略不计。

(3)只适用于四肢格构桁式截面钢管混凝土拱桥。

#### 5 算例

某大桥主跨为 150 m 的下承式钢管混凝土系杆拱,矢跨比 1/4.5。拱轴线采用悬链线,拱轴系数 1.167。预拱度设置 1/600,拱桥理论矢高 32.8889 m。拱肋设 2 片竖向拱肋,由 4 根上下弦钢管( $\varnothing 750 \times 12$  mm)、上下平联( $\varnothing 400 \times 12$  mm)和腹杆焊接成四肢格构桁式截面,截面高度 3.0 m,宽度 2.0 m。全桥拱肋共 17 对吊杆,吊点中心间距 8.0 m。每点吊杆为双吊杆,其中心距为 48 cm。吊杆钢索采用挤包双层大节距扭绞型拉索(见图 14)。

(1)用空间结构理论计算的内力及挠度如表 1:

表 1 用空间结构理论计算的内力及挠度							
加载情况		自重			加载 500 kN		
内力及位移	梁位	1/2 L	1/4 L	1/8 L	1/2 L	1/4 L	1/8 L
M(kN·m)	上弦杆	6.41	3.31	1.38	104.52	-9.18	-2.61
	下弦杆	7.34	3.03	1.49	82.61	-9.21	-2.15
Q(kN)	上弦杆	0	-8.63	-4.01	0	-8.26	-0.96
	下弦杆	0	-8.43	3.93	0	-8.09	-0.22
N(kN)	上弦杆	658.26	692.3	682.73	1453.05	601.7	689.56
	下弦杆	567.66	631.63	778.53	116.42	1035.3	1054.98
f(mm)		13.25	7.76	4.36	29.87	8.92	4.85

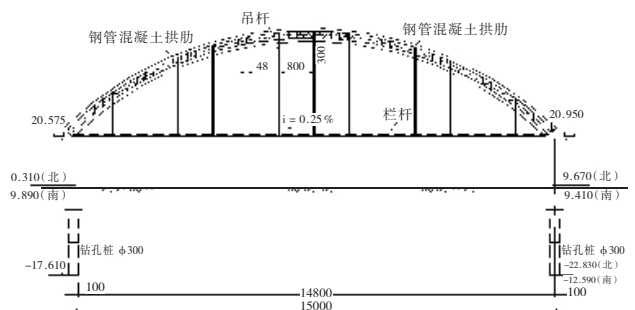


图 14 钢管混凝土拱肋桥梁断面

(2)用换算截面法计算刚度,应用平面杆系理论计算的结果如表 2:

表 2 平面杆系理论计算的内力及位移(换算截面法计算的刚度)						
加载情况	自重			加载 500 kN		
梁位	1/2 L	1/4 L	1/8 L	1/2 L	1/4 L	1/8 L
M(kN·m)	336.3	328.96	-63.64	3144.55	-312.04	-1114
Q(kN)	0	-23.57	0.72	0	30.99	-60.28
N(kN)	2358.12	2480.4	2727.75	2927.19	3051.13	3304.4
f(mm)	11.06	7.56	4.29	21.34	7.87	4.31

(3)公式(11)、(12)计算刚度  $I$  后,(下转 173 页)

加工车间采用 API 对所有的测点进行逐点的测量,并记录生成一定的数据格式提供公差分析。

## 2.3 公差分析

### (1) 坐标系转换

各测点的理论数据是各测点在大地坐标系中的坐标,而实测点坐标是在测量仪器(API)坐标系下的坐标点。为了使测量值能与计算的理论值进行比较,须将两者转换到同一坐标系下,即计算坐标系。

坐标系变换遵从直角坐标系变换公式:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & X_0^* \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & Y_0^* \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & Z_0^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\text{Rot}[X, Y, Z]$ 代表计算坐标系,  $\text{Rot}[X^*, Y^*, Z^*]$ 代表原坐标系(大地坐标系或仪器坐标系),  $\text{Rot}[X_0^*, Y_0^*, Z_0^*]$ 为计算坐标系原点在原坐标系中的坐标, A 称为变换矩阵。

测量仪器 API 的是球形探测头,在测量平面上某点的坐标时,沿垂方向的测量精度容易保证,而另两个坐标则难以保证精度。根据测量仪器特性以及测量误差要求,将在两个坐标系统中计算

轨道梁公差。

### (2) 数据拟合分析

实际测量所得到的坐标包含测量误差,为得出梁的实际轮廓,需要对测量数据进行拟合处理,即用平滑曲线逼近测量点。

公差系统分析采用多项式最小二乘拟合方法进行测量数据的拟合。即用一定阶数(<5)的多项式曲线逼近测量数据。

在数据预处理和数据拟合的基础上,按照公差体系要求进行误差分析和计算。

## 3 总结

高速磁浮线路由于测点数量多,所以以上公差测量涉及的分析计算工作量很大,必须采用专用的软件,对各测点数据进行分析计算,并与理论值进行比较后得出相应误差值,并按规定的格式生成测量结果报告。

在上海线复合轨道梁加工检测中,建立了以上公差检测体系,并完成专业软件的测试和使用,且大大提高了轨道梁成品检测速度,同时也为系统公差的加工检测提供必要的依据,为轨道梁的安装调试提供参考。

(上接 170 页)应用平面杆系理论计算的结果如表 3:

表 3 平面杆系理论计算的内力及位移(公式(11)、(12)计算刚度)

加载情况	自重			加载 500 kN		
梁位	1/2 L	1/4 L	1/8 L	1/2 L	1/4 L	1/8 L
M(kN·m)	545.67	440.99	-145.96	3981.49	-514.43	-1178.2
Q(kN)	0	-16.58	10.3	0	41.98	-47.24
N(kN)	2336.19	2459.62	2708.81	2900.18	3069.69	3318.59
f(mm)	13.31	7.84	4.52	29.73	8.81	4.83

以上结果中,采用空间结构理论计算的弯矩 M、剪力 Q 和压力 N,相比较采用平面杆系理论计算的结果都要小,说明用平面杆系理论计算钢管混凝土桁架拱拱肋的内力相对比较保守。空间结构理论计算的挠度与平面杆系理论(公式(11)(12)计算刚度)计算的挠度很相近,而比采用平面杆系理论(换算截面法计算刚度)计算的挠度要大,说明用平面杆系理论(换算截面法计算的刚度)计算的挠度安全度不够。而两种平面杆系理论计算的内力又相对比较接近。从以上的分析可以看出,采用平面杆系理论用公式(11)、(12)计算刚度比用换算截面法计算刚度要优越。

## 6 结论

该文主要有以下结论:

(1) 四肢格构桁式截面钢管混凝土拱肋抗弯刚度的影响因素有:腹杆间距、上下弦杆水平间距、上下弦杆垂直间距、上下弦杆外径、直斜腹杆外径、平联杆外径等。

(2) 推导出了计算四肢格构桁式截面钢管混凝土拱肋抗弯刚度的计算公式,并说明了其适用条件。

(3) 通过实例验证了该公式的优越性。

### 参考文献

- [1] 陈宝春. 钢管混凝土拱桥设计与施工[M]. 人民交通出版社, 1999
- [2] 贺拴海. 桥梁结构理论与计算方法[M]. 人民交通出版社, 2003
- [3] 邓建中, 刘之行. 计算方法[M]. 西安交通大学出版社, 2001
- [4] 许士杰, 王元丰. 钢管混凝土肋拱桥拱肋截面几何特性计算探讨[J]. 力学与实践, 1999