

文章编号:0451-0712(2007)02-0116-05

中图分类号:U414.11

文献标识码:B

平板载荷试验检测公路桥涵  
台背回填中粗砂的机理研究

吕建兵, 刘仰韶, 田卿燕  
(广东交通集团检测中心 广州市 510800)

摘要: 在模拟公路桥涵台背回填中粗砂密实度检测的室内模型试验基础上,进行了三维有限元数值模拟分析。分析过程中,采用拉德(P. V. Lade)模型及刚—柔接触模型,模拟了平板载荷试验过程,获得了载荷板周围砂的应力、应变和位移场,验证了室内试验结果的正确性,揭示了载荷试验在回填中粗砂中的作用机理,可为今后类似的工程应用提供借鉴。

关键词: 模型试验; 平板载荷试验; 本构关系; 拉德模型; 有限单元法

平板载荷试验是在岩土体原位,用一定尺寸的承压板,施加竖向荷载,同时观测各级荷载作用下的沉降,根据荷载~沉降关系曲线( $P\sim S$  曲线)确定地基容许承载力,计算土的变形模量,研究土的变形特性的一种现场原位测试方法。一般认为,载荷试验在各种原位测试中最为可靠,具有直接、直观、准确的突出优点,作为一种主要的原位测试手段,因而在地基勘察中得到了广泛应用<sup>[1~3]</sup>。

本文通过对4种颗粒组成不同密实度不同的砂,在模型槽内进行了一系列平板载荷试验,对其进行了三维有限元数值模拟,应用土体本构特性的拉德(P. V. Lade)模型及刚—柔接触模型模拟了平板载荷试验作用过程,探讨了载荷试验过程中土的应力、应变、位移及边界影响大小等贯入机理,验证了载荷试验结果的正确性。

1 试验概况

本研究共选用4种颗粒中粗砂,作为桥涵台背常用的回填料,在一个模型槽(2 m×2 m×2 m)进行了平板载荷模型试验(最大压力20 t,板的直径为50 cm),完成了23个有效模型试验,得到72组有效试验数据。试验所用的模型槽如图1所示。试验砂的颗粒组成见表1,部分密实度状态下砂的物性指标列于表2。通过对试验结果进行分析,得出了平板载荷

试验过程中4种砂 $E_0\sim D_r$ 关系(如图2),以及砂的相对密实度 $D_r$ 与变形模量 $E_0$ 的关系(如图3)。



图1 模型试验槽

表1 模型试验用砂的颗粒组成/%

颗粒组成 mm	10	5	2.5	2	0.5	0.25	0.075
1号砂/%	97.2	86.8	42.1	32.9	6.3	0.0	0.0
2号砂/%	100.0	99.8	99.5	92.6	42.6	17.5	4.0
3号砂/%	100.0	94.1	79.5	73.4	41.2	13.9	2.9
4号砂/%	100	95.3	76.2	66.8	20.8	3.2	1.2

表2 试验用砂物性指标

编号	$D_r$	细度模数 $M_x$	$G_s$	$\frac{\gamma_{\max}}{\text{g/cm}^3}$	$\frac{\gamma_{\min}}{\text{g/cm}^3}$	$\frac{\gamma}{\text{kN/m}^3}$	$\frac{\varphi}{(^{\circ})}$
1号砂	0.54	4.17	2.62	1.89	1.35	17.5	35.85
2号砂	0.66	2.47	2.63	1.80	1.296	18.7	40.1
3号砂	0.74	2.66	2.63	1.80	1.296	18.0	40.35
4号砂	0.48	3.36	2.63	1.80	1.296	16.5	34.75

注:其中细度模数 $M_x$ 是按建筑材料规范规定的筛分方法筛分并计算而得。

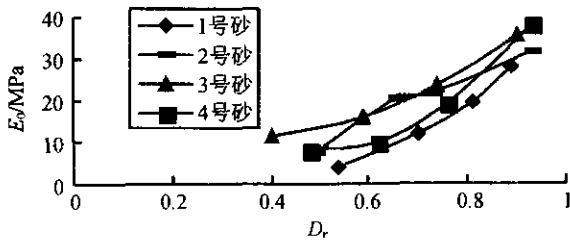


图2 4种砂 \$E\_0 \sim D\_r\$ 关系曲线

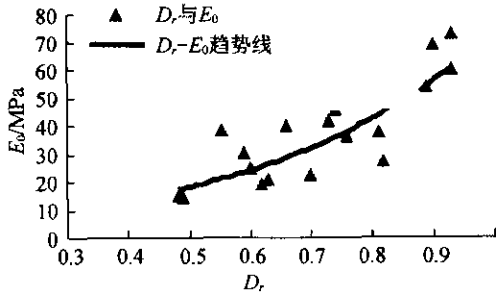


图3 砂相对密度 \$D\_r\$ 与变形模量 \$E\_0\$ 关系

从图2和图3可以看出,砂的变形模量随砂的相对密度呈非线性增加,图中还显示,砂的粗细对其变形模量有较明显的影响,除2号砂外,在同一相对密度下,砂的变形模量随砂的细度模数增加而降低。

## 2 三维有限元计算分析

要揭示平板载荷试验的作用机理,就要求确定载荷板周围砂土的应力场、应变场和位移场。

### 2.1 本构模型<sup>[4]</sup>

本文采用能很好反映砂土变形特性的拉德(Lade)模型作为土的本构关系。对于弹塑性本构关系的拉德(Lade)模型,其基本点是假定总应变 \$\epsilon\_{ij}\$ 由弹性应变 \$\epsilon\_{ij}^e\$、塑性膨胀应变 \$\epsilon\_{ij}^p\$、塑性压缩应变 \$\epsilon\_{ij}^c\$ 组成:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^c \quad (1)$$

$$\text{增量形式 } d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p + d\epsilon_{ij}^c$$

式中: \$d\epsilon\_{ij}^e\$ 按广义虎克定律求得;塑性应变增量 \$d\epsilon\_{ij}^p\$ 和 \$d\epsilon\_{ij}^c\$ 按塑性位移势理论(Plastic Potential Theory)求得。计算 \$d\epsilon\_{ij}^c\$ 时,假定屈服函数为:

$$f_c = I_1^2 + 2I_2 \quad (2)$$

式中: \$I\_1\$、\$I\_2\$ 为应力第一、第二不变量。

采用相关流动法则,则塑性势函数 \$g\_c = f\_c\$, 由正交定律得:

$$d\epsilon_{ij}^c = d\lambda_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda_c \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

式中: \$d\lambda\_c\$ 为塑性压缩应变增量函数。

计算 \$d\epsilon\_{ij}^p\$ 时,假定屈服面与破坏面相似,即:

$$\text{屈服函数 } f_p = \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^m < \eta_1 \quad (4)$$

$$\text{破坏函数 } f_p = \eta_1 \quad (5)$$

式中: \$I\_3\$ 为应力第三不变量; \$\eta\_1\$、\$m\$ 为试验常数。

采用不相关流动法则,假定塑性势函数为:

$$g_p = I_1^3 - \left[ 27 + \eta_2 \left( \frac{P_a}{I_1} \right)^m \right] I_3 \quad (6)$$

由正交定律得:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7)$$

式中: \$d\lambda\_p\$ 为塑性膨胀应变增量函数。

### 2.2 三维有限单元法计算

借助三维有限元进一步验证平板载荷试验的试验结果,同时计算在不同的相对密度 \$D\_r\$ 的砂中,载荷板在作用过程中砂内的应力、应变和位移分布特征及分布曲线图。模拟过程中,采用10结点空间四面体等参单元,如图4所示。

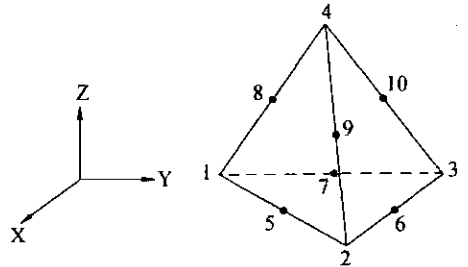


图4 整体坐标系单元结点图

对局部坐标,利用节点位移分量进行函数插值,可直接构造出单元位移函数:

$$\begin{cases} u = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta, \zeta) u_i \\ v = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta, \zeta) v_i \\ w = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta, \zeta) w_i \end{cases} \quad (8)$$

式中: \$u\_i\$、\$v\_i\$、\$w\_i\$ 为单元结点 \$i\$ 的位移。

常用的四面体等参元的母元包括四结点的线性四面体单元和十结点的二次四面体单元等(如图4所示),形函数如下。

对于角点1,2,3,4有:

$$N_i = (2L_i - 1)L_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (9)$$

对于边中结点有:

$$\begin{cases} N_5 = 4L_1L_2 \\ N_6 = 4L_2L_3 \\ N_7 = 4L_1L_3 \\ N_8 = 4L_4L_1 \\ N_9 = 4L_2L_4 \\ N_{10} = 4L_3L_4 \end{cases} \quad (10)$$

经推导,单元刚度表示为:  $K^e = \int_{\Omega_e} B^T DBtdA =$

$$\int_0^1 \int_0^{1-\xi} \int_0^{1-\xi-\eta} B^T DB |J| t d\xi d\eta d\zeta \quad (11)$$

式中: $B$  为单元应变矩阵。  
根据式(11)集成总刚度矩阵,由边界条件及所加荷载 $\{R\}$ 可求解位移向量 $\{\delta\}$ 。

$$[K]\{\delta\} = \{R\} \quad (12)$$

并由 $\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}$ 和 $\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}$ 求解单元应变和应力,其中 $[D]$ 为弹性矩阵。

在非线性有限元分析中,增量计算所需用到的弹性矩阵的组集是关键问题。

由于拉德模型有两个屈服面,其弹塑性矩阵具有下列形式:

$$[D]_{ep} = [D] - \frac{G[X]}{B_1B_2 - \Phi_{f_1g_1}\Phi_{f_2g_2}} \quad (13)$$

式中: $D$  为弹性矩阵。

$$\begin{cases} B_1 = \frac{A_1}{G} + \Phi_{f_1g_1} \\ B_2 = \frac{A_2}{G} + \Phi_{f_2g_2} \\ [X] = B_2[X_{f_1g_1}] + B_1[X_{f_2g_2}] - \\ \Phi_{f_1g_1}[X_{f_2g_2}] - \Phi_{f_2g_2}[X_{f_1g_1}] \end{cases} \quad (14)$$

2.3 计算模型及参数

整个模型计算范围为 200 cm×200 cm×200 cm,

该计算范围以整个模型轴线为中心线。模拟过程中,钢筋混凝土槽—砂—载荷载板计算模型网格划分、荷载板网格划分图分别如图5 和图6 所示,计算模型各部位的尺寸均与实际情况相符,有关计算参数如表 3 和表 4 所示。

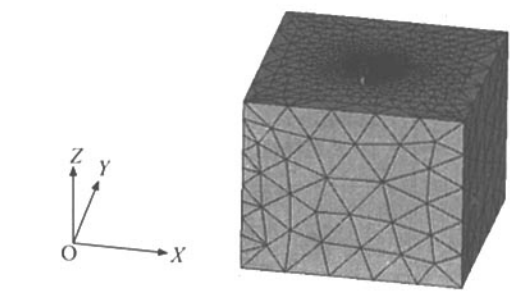


图 5 钢筋混凝土槽—砂—载荷载板计算模型网格划分

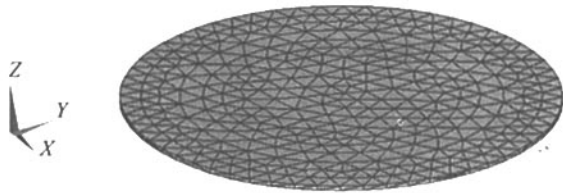


图 6 荷载板网格划分

表 3 力学参数

名 称	$E/\text{MPa}$	$\mu$ (泊松比)	$C/\text{kPa}$	$\varphi/(^\circ)$	$\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$
钢筋混凝土	$2.8 \times 10^4$	0.15	600	40	25
轻便动力触探探头	$2.1 \times 10^5$	0.15			78
1 号砂 ( $D_r=0.54$ )	18.5	0.33	0	35.85	18.3
2 号砂 ( $D_r=0.66$ )	18.9	0.33	0	40.1	18.5
3 号砂 ( $D_r=0.74$ )	35	0.33	0	40.35	18.8
4 号砂 ( $D_r=0.48$ )	13.2	0.33	0	34.75	18.0

表 4 接触面参数

	钢筋混凝土与砂土之间			探头与砂土之间		
	$K_s/(\text{MN}/\text{m}^3)$	$K_n/(\text{MN}/\text{m}^3)$	摩擦系数 $f$	$K_s/(\text{MN}/\text{m}^3)$	$K_n/(\text{MN}/\text{m}^3)$	摩擦系数 $f$
1 号砂 ( $D_r=0.54$ )	21	31	0.85	16	15	0.38
2 号砂 ( $D_r=0.66$ )	22	34	0.87	18	16	0.36
3 号砂 ( $D_r=0.74$ )	25	36	0.90	22	30	0.50
4 号砂 ( $D_r=0.48$ )	20	30	0.80	10	15	0.35

注:表 4 中  $K_s$  为切向刚度,  $K_n$  为法向刚度,  $f$  为不同介质之间接触的摩擦系数

2.4 接触面单元

本次计算采用面—面接触分析中的刚—柔接触模型进行分析。分析时,首先判断潜在的接触面,然后

指定接触区域大小,将刚性面定义为目标面,柔性面定义为接触面。计算模型考虑了钢筋混凝土与砂土及砂土与载荷载板之间接触面的接触情况,如图 7 所示。

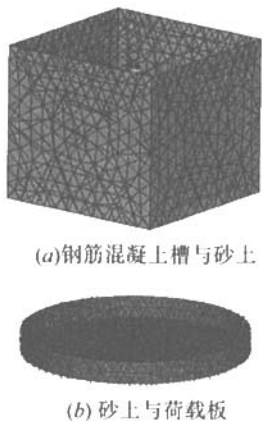


图 7 接触面单元

2.5 计算结果分析

2.5.1 砂土中应力、应变场的分布

(1)根据有限元计算与模型试验得知,载荷试验过程中,压板附近回填砂的塑性区变化规律以及回填砂附加应力的变化特征为以下几种。

①塑性区。

从图 8 可以得知,平板载荷模型试验过程中,回填砂不仅有明显的弹性变化范围,而且还有如下塑性区变化范围,有关塑性区变化规律如下。

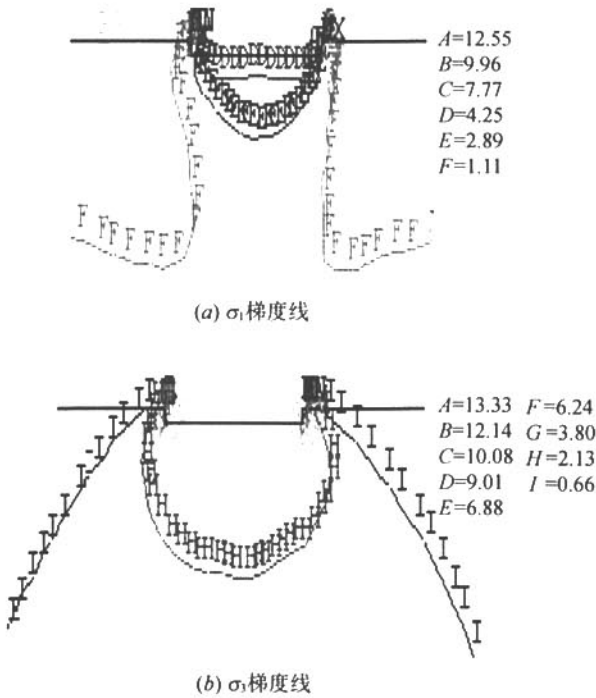


图 8 应力梯度线

a. 塑性区范围。

通过计算可以得到塑性区深度为 55 cm,相当于 1 倍压板直径(模型试验中荷载板为圆形板,板的直径为 50 cm);塑性区宽度为 72.5 cm。

b. 塑性区变形形态。

砂土地基塑性区的形态,水平面呈波浪形,即压板下中心沉降大两侧渐小,至压板外渐趋隆起,离压板边 20 cm 左右隆起最大,该部位地面出现环状裂纹,裂纹的形状为锅底形,这说明塑性区是存在的。

②附加应力。

平板载荷模型试验过程中,关于回填砂土附加应力的变化特征如下:

- a. 同一部位的砂土中,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$  随着荷载  $P$  增大而增加,且增大比值( $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_3$ )也是渐增的;
- b. 压板下中心部位  $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$  大,向两侧逐渐减少;
- c. 离压板距离越近,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$  越大,离压板距离越远,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$  越小;
- d. 从图 8 可以得知,  $\sigma_1$  呈扁长灯泡状分布,  $\sigma_3$  呈椭圆形分布。

综合以上所述,可知平板载荷模型试验下的地基,当达到极限荷载时,压板附近也存在一塑性区,同时也伴随更大范围的弹性区,这个弹性区对极限荷载常起重要影响。

(2)图 9 和图 10 是 4 号砂平板载荷模型试验(加载值为 28.1 kPa)实测应力、应变与有限元计算应力、应变比较图,由图可知,有限元计算得出的应力、应变与土压力盒实测的应力、应变值很接近,计算结果验证了平板载荷模型试验结果的正确性。

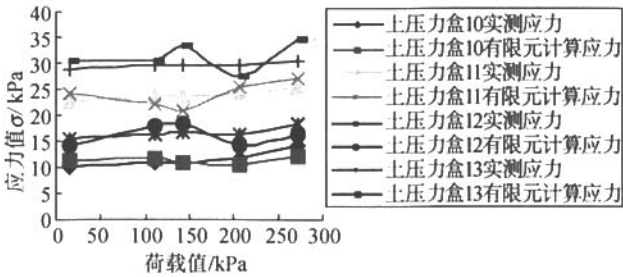
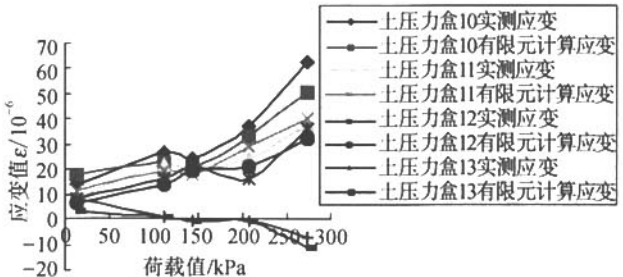


图 9 4 号砂载荷试验实测与计算应力比较



注:土压力盒表述如图 9

图 10 4 号砂载荷试验实测与计算应变比较

### 2.5.2 砂土沉降分析

图11和图12分别为模型试验3号砂与4号砂载荷试验实测沉降与计算沉降比较图,根据计算得知,相对密实度相同时,荷载试验 $P \sim S$ 曲线相近,说明相对密实度控制较好,试验的质量得到保证,随着相对密实度增大, $P \sim S$ 曲线斜率渐缓。这与一般地基的3种破坏机理的 $P \sim S$ 曲线符合,即松砂( $D_r = 0.3$ ), $P \sim S$ 曲线斜率很大,为冲剪破坏型曲线;紧密砂层( $D_r = 0.75$ ), $P \sim S$ 曲线斜率很缓,至极限荷载时突然变陡,为整体剪切破坏型曲线;中密砂层介于二者之间,为局部剪切破坏型曲线。

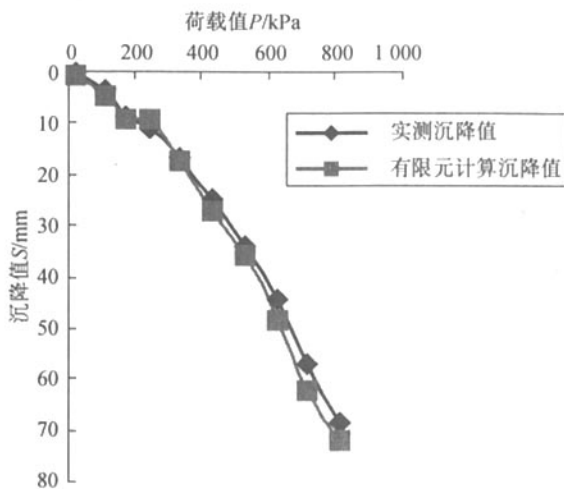


图 11 3号砂实测沉降与计算沉降

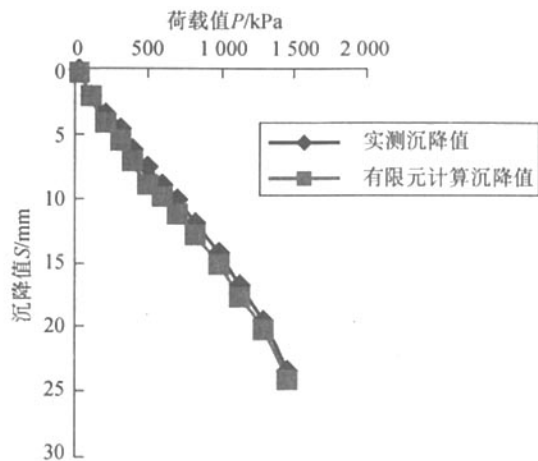


图 12 4号砂实测沉降与计算沉降

### 2.5.3 模型槽内砂土的边界影响大小

由图8可知,在压板下中心部位有较小范围内

的塑性区,塑性区的范围随相对密实度 $D_r$ 的不同而不同,且随相对密实度 $D_r$ 增大而扩大。由表5可知,通过有限元计算得出最大密实度影响范围为 $121.6 \text{ cm} \times 121.6 \text{ cm} \times 88.2 \text{ cm}$ ,故模型试验中载荷试验结果在一定程度上受到模型槽相邻单面边界的影响<sup>[5]</sup>。

表 5 载钢板作用时附近土体边界影响大小

$D_r$	压板底部下的影响深度/cm	压板周边外的影响平距/cm
0.49	52.6	70.5
0.66	59.8	82.2
0.73	76.4	107.4
0.93	88.2	121.6

### 3 结论

(1)通过有限元计算得出在最大密实度条件下,载钢板影响范围为 $121.6 \text{ cm} \times 121.6 \text{ cm} \times 88.2 \text{ cm}$ ,故模型试验中载荷试验结果在一定程度上受到模型槽相邻单面边界的影响。

(2)在有限元计算过程中,采用的面—面接触分析中的刚—柔接触模型能够较好地模拟各种不同介质接触的情况,适用于载荷试验计算分析,计算结果验证了载荷试验结果的正确性。

(3)通过有限元计算可知,砂土地基塑性区的形态,水平面呈波浪形,即压板下中心沉降大两侧渐小,至压板外渐趋隆起,离压板边20 cm左右隆起最大,该部位地面出现环状裂纹,裂纹的形状为锅底形,这说明载荷试验的塑性区是存在的。

(4)载钢板作用过程中,探头周围砂体的附加应力主要集中在浅部;对于压板中心正下方,砂体附加应力区影响深度随深度的增加有所加大,但外侧土则有所减小。

### 参考文献:

- [1] 唐贤强,谢瑛,谢树彬,文载奎. 地基工程原位测试技术[M]. 北京:中国铁道出版社,1996.
- [2] GB 50007—2002,建筑地基基础设计规范[S].
- [3] GB 50021—2001,岩土工程勘察规范[S].
- [4] 刘仰韶,田卿燕,吕建兵. 静力触探检测公路桥涵台背回填中粗砂的机理研究[J]. 岩土力学,2006,(1).
- [5] 夏增明,蒋崇伦,孙渝文. 静力触探模型试验及机理分析[J]. 长沙铁道学院学报,1990,8(2).