

文章编号:1006—2106(2005)06—0048—05

梁格理论在某斜交连续梁结构分析中的应用

卢彭真* 张俊平

(广州大学, 广东 广州 510405)

摘要:研究目的:针对T型宽实体连续板梁桥受力复杂的结构特点以及用常规的结构分析方式难以对结构的受行为进行较好把握的问题。

研究方法:应用梁格理论对某斜交T型宽实体连续板梁桥进行结构计算简化,利用刚度等效的原则对原结构进行结构模拟以及运用有限元的分析方法对结构进行离散,同时利用通用有限元程序软件SAP2000对简化的梁格模型进行结构模拟分析。

研究结果:为求解分析宽、斜受力复杂的连续梁、与此结构类似的箱梁以及实体板梁提供了一种实用简便的分析计算方法。

研究结论:通过具体的工程实例计算,并与板壳模型计算结果进行比较,证明了该理论在工程应用中具有较好的使用价值。

关键词:斜交连续梁桥;梁格理论;有限元法

中图分类号:U448 **文献标识码:**A

APPLICATION OF GRILLAGE THEORY IN THE STRUCTURE OF SKEW BRIDAE OF CONTINUOUS GIRDER

LU Peng-zhen, ZHANG Jun-ping

Guangzhou university

Abstract: Research purpose: Aim at the complicacy construction characteristics of T type breadth entity consecution the plank beam bridge and problem that it was never better managed by uses the construction analysis method of the normal regulations. Research method: based on grillage theory for the skew bridge of continuous girder to calculate and simplify about the structure, and make use of just the principle of rigidity equivalent proceeds analysis to the original construction and makes use of the analysis method of FEM proceed to scatter for the construction, at the same time utilize SAP2000 procedure of FEM to imitate analysis to simple one dose of models of grillage at the same time. Research result: For begging the solution analysis breadth, inclined suffer the continuous beam of dint sophisticate, similar with this structural a box beam as well as entity plank beams and offered a kind of practical and simple and convenient method by the continuous girder with complicated strength. Research conclusion: By calculating the engineering example and comparing with the calculating result for shell model, grillage theory has better use value in construction.

Key words: skew bridge of continuous girder; grillage theory; way of FEM

随着城市交通立体化的发展,建造的桥梁时常与跨越的路线成斜交方向,这样不仅合理地利用有限的

空间,而且使线型流畅,同时随着车流量的增加,桥梁的宽度也变得越来越宽,为了改善行车条件,通常采用

* 收稿日期: 2005—09—02 卢彭真 工程师 男 1974年出生

连续体系,因此斜交连续梁是一种常用的桥梁结构型式。

但这种桥梁比较宽,而且是斜交连续结构,从而比通常连续简支梁的求解增加了一定的难度,同时这种桥型某些截面的变形不再保持平面,而出现翘曲变形,不再符合平截面假定,这样对桥梁结构的分析提出了新的要求,用通常的简支杆系模型就难以真实地模拟原结构的受力行为,为此,本文应用梁格理论对该桥型进行梁格模型模拟,计算结果与板壳模型比较,符合较好,是一种简便实用有效的分析方法。

1 梁格法的基本思想与理论^[1-7]

梁格理论的基本思想就是用一个等效的梁格来代替上部结构,为便于分析,把分散在板的每一区段内的弯曲和抗扭刚度集中于最邻近的等效梁格内,板的纵向刚度集中于纵向梁格内,横向刚度集中于横向梁格内。理想的梁格刚度应该是这样的,即当原型板和等效的梁格承受相同的荷载时,这两个结构的挠曲将是恒等的,而且在任一梁格内的弯矩、剪力以及扭矩将等于该梁所代表的板部分的截面上应力的合力。

梁格分析的基本理论主要是梁格中梁单元刚度矩阵的求解,梁单元刚度的求解主要有 3 种方法:(1)是通过导入形函数,并根据虚功方程求得单元刚度矩阵;(2)求解基本微分方程的位移解析解,再根据刚度系数的定义求得单元刚度矩阵;(3)用卡氏第二定理求得单元柔度矩阵,再经过求逆阵的方法求得单元刚度矩阵。其中,第一种方法形式上最为简便,但其计算精度与形函数的选择及单元的划分密度有关;第二种方法则需要解梁的基本微分方程的解析解,形式比较复杂,但计算精度高;第三种方法形式上相对简便,计算精度高。

本文仅就第三种计算方法对梁格中的梁单元的刚度矩阵计算作一介绍。

梁格中的梁单元的刚度分析时系以节点位移作为未知量,另外,求解单元任一端的刚度矩阵时,可以通过先求解某端的柔度矩阵,然后通过求逆阵的方法求得某梁单元所求端的刚度矩阵,同理可得另一端的刚度矩阵。在求解某一端的柔度矩阵的过程中通常是采用能量法的原理进行计算求解的。即通过某一端的节点位移与节点力之间的关系来推导出梁单元内任一截面的力与节点位移之间的关系,然后通过能量法的原理求出梁单元的总应变能。如图 1 所示,某曲梁单元 ij ,单元对应的圆心角为,曲率半径为 r , $x y z$ 为附着于曲线梁单元上的任意点处的流动坐标系。

为计算 i 端固定的悬臂曲梁单元在 j 端节点力作

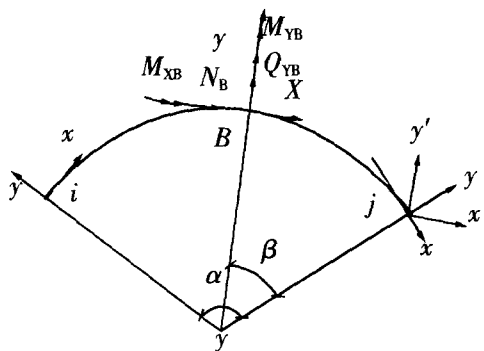


图 1 曲梁格单元 (从 $i-j$)

用下的单元应变能,首先把 j 端节点力表达出来, j 端节点的局部坐标下的力为:

$$F'_j = T_\beta F_j$$

其中:

$$T_\beta = \begin{bmatrix} \lambda_\beta & 0 \\ 0 & \lambda_\beta \end{bmatrix} \quad \lambda_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则列出平衡方程,经整理可得梁单元任意截面处的内力向量 F_β 为:

$$F_\beta = S_\beta F'_j$$

其中:

$$S_\beta = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r(1-\cos\beta) & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r\sin\beta & 0 & -1 & 0 \\ -r(1-\cos\beta) & -r\sin\beta & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

从而可得:

$$F_\beta = S_\beta T_\beta F_j = H_\beta F_j$$

其中 H_β 为梁单元轴线上任意截面处的内力矩阵,经矩阵计算可得:

$$H_\beta = \begin{bmatrix} -\cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\beta & -\cos\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r(1-\cos\beta) & -\cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 0 & r\sin\beta & \sin\beta & -\cos\beta & 0 \\ r(1-\cos\beta) & -r\sin\beta & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

则令 $\beta = \alpha$ 可得到单元的平衡矩阵 H ,从而可得:

$$F_i = H F_j$$

即确定某一端固定的梁单元任意截面内力 F_β 后,就可以根据能量原理求得其总的应变能为:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^\alpha F_\beta^T D F_\beta d\beta$$

其中:

$$D = \begin{bmatrix} 1/EA & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/GA_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/GA_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/GJ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/EI_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/EI_x \end{bmatrix}$$

则求得梁单元 j 端的柔度矩阵为:

$$f = r \int_0^a H_\beta^T D H_\beta d\beta$$

则由卡氏定理求得

$$\delta_j = \frac{\partial U}{\partial F_j} f F_j$$

求得柔度矩阵后再对其求逆阵记为梁单元的刚度矩阵,即梁单元的矩阵为:

$$K^e = \begin{bmatrix} HK_{jj} H^T & HK_{ji} \\ K_{jj} H^T & K_{ji} \end{bmatrix}$$

2 梁格截面特性^[8]

利用梁格理论对桥梁结构的模拟分析的关键是刚度的等效问题,即利用梁格理论来模拟结构进行分析主要是模拟的梁格构件截面特性参数的选取。截面特性的选取是否合理直接影响着梁格计算结构的精度及效果,如梁格中某些纵横梁是设置虚拟的只贡献刚度不提供质量的,特别是物横隔板的横梁,均须设置虚拟横梁加强主梁横向连接的刚度,即纵、横梁刚度如何确定?梁格理论纵、横刚度的设置,即纵、横梁格构件的截面特性的计算通常有以下几方面:

2.1 实体板

对于实体板采用梁格理论进行分析时截面特性计算参数为:

$$EI_x = Da \quad EI_y = Db$$

$$GJ_x = 2Db \quad GI_y = 2Da$$

其中: a, b 分别为两坐标轴方向梁格构件代表的板宽; D 表示单位长度的弯矩。

2.2 梁板结构

板梁结构在模拟梁格模型进行计算是截面参数为:

$$EI_x = E \cdot (\text{组合截面对 } x \text{ 坐标轴的惯性矩})$$

$$EI_y = E \cdot (\text{组合截面对 } y \text{ 坐标轴的惯性矩})$$

$$GJ_x = \frac{E}{2(1+m)} \cdot (\text{腹板对 } x \text{ 轴的扭转惯性矩} + bh^3/6)$$

$$GJ_y = \frac{E}{2(1+m)} \cdot (\text{腹板对 } y \text{ 轴的扭转惯性矩} + ah^3/6)$$

(3) 具有横梁的多室结构、空心板结构、多格室板

对于具有横隔梁的多室结构、空心板结构以及多格室板其截面特性参数的拟定的思路基本类同于以上截面特性的选取,在具体选取的同时参照相应的办法即可。

3 应用实例

3.1 工程概况

某景观工程 2# 桥是一座 3 跨连续梁人行桥,人行桥总跨径为 7.4 m+15.85 m+7.4 m,人行桥梁横截面形式是等截面带悬臂的实心板梁结构,桥梁总宽度为 9 m,净宽为 7.5 m,梁板总高度 0.8 m。设计荷载为:人群荷载 3.5 kpa。人行桥 0# 台与桥梁中心轴垂直,人行桥 1# 台与桥梁中心轴线成 43° 的斜交角。人行桥梁的整体布置见图 2 所示。

3.2 梁格有限元分析^[9-10]

现根据实际桥梁的结构特点,基于梁格理论以及截面特性参数选取的计算方法对该斜交实体板桥进行梁格有限元分析。同时为了比较梁格模型计算的精度及准确性,还采用板壳模型对该桥进行分析,从中可以看出梁格理论计算简单,自由度少,直接提取内力,明显提高计算效果。

3.2.1 空间梁格有限元模型

现基于通用有限元程序软件 SAP 2000 对该桥进行梁格模型进行静动载计算分析。由于该桥宽跨比较大,为考虑计算精度以及简化计算,即对原等截面带悬臂的实心板梁结构进行空间梁格体系模拟,根据等效

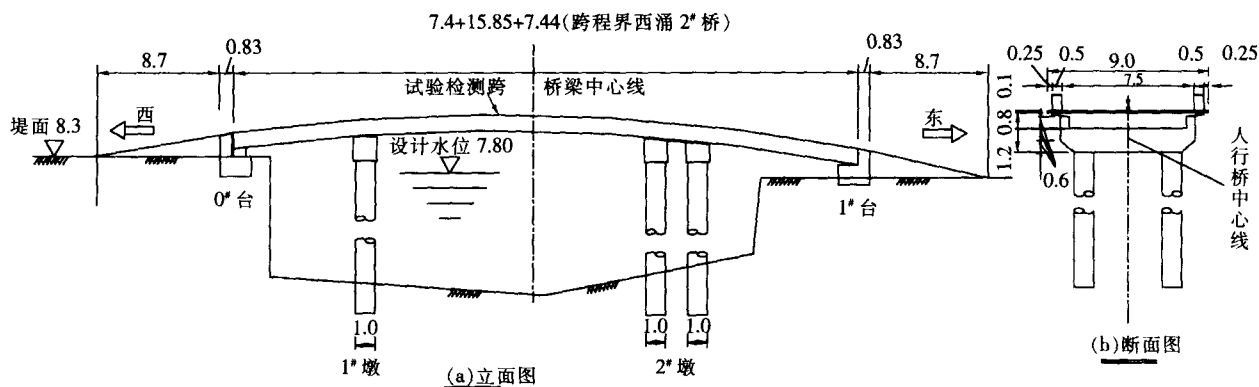


图 2 桥梁整体布置图 (单位:mm)

原则,原板梁主板体系等效为 3 根纵向主梁,左右悬臂部分各自等效为纵向边梁共 5 根纵梁,具体纵梁等效模拟的尺寸见图 4 所示,同时根据桥面板的长度设置了 15 根虚拟横梁提供横向刚度,全桥共划分为 147 个空间梁单元,空间梁格计算模型如图 5 所示。

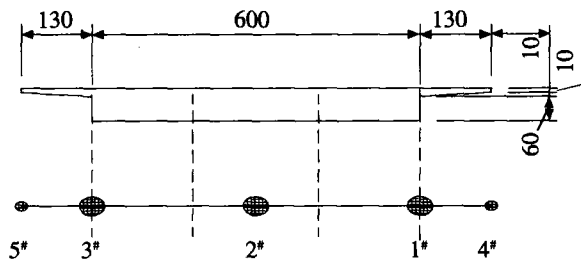


图 3 等效梁格布置图

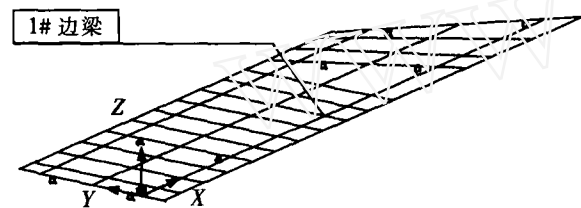


图 4 空间梁格计算模型

3.2.2 静力计算结果

活载内力计算利用影响线加载方法,计算出设计荷载作用下的控制截面内力,为节省篇幅本文只给出 1# 梁格模拟梁的计算内力,具体值如表 1 所述。

表 1 1# 梁控制截面设计活载内力

人群活载内力汇总				
截面位置	人群活载弯矩极值 (N·m)		人群活载剪力极值 (N)	
	Max	Min	Max	Min
0# 台顶	0.000E+0	0.000E+0	2.095E+04	-3.376E+04
左边跨中	5.118E+4	-7.187E+4	3.003E+04	-7.866E+03
1# 墩顶	1.159E+4	-1.735E+5	6.000E+04 (边)	-2.520E+03 (边)
			4.470E+03 (中)	-8.466E+04 (中)
0.25 L	7.503E+4	-1.593E+4	8.976E+03	-4.925E+04
0.50 L	1.386E+5	-1.394E+4	1.595E+04	-2.281E+04
0.75 L	7.533E+4	-1.211E+4	3.119E+04	-7.834E+03
2# 墩顶	0.658E+4	-1.619E+5	6.369E+04 (中)	-2.073E+03 (中)
			4.167E+03 (边)	-6.213E+04 (边)
右边跨中	4.995E+4	-4.716E+4	8.886E+03	-2.685E+04
1# 台顶	0.000E+0	0.000E+0	3.726E+04	-9.330E+03

根据 1# 梁模拟的主梁控制截面活载内力的计算结

果,可得到 1# 梁格模拟主梁的内力包络图,具体弯矩包络图见图 5 所示。

3.2.3 动力分析计算结果

对该桥的动力特性计算结果可见,该桥的基频为 7.968 Hz,振型为竖弯,其基频振型见图 6 所示。

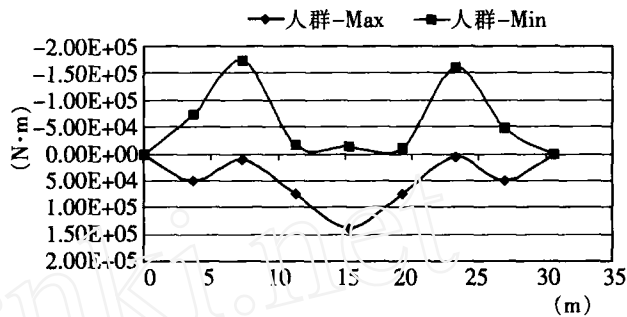


图 5 1# 梁弯矩包络图

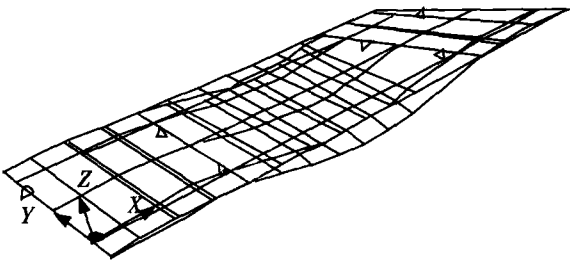


图 6 梁格模型第一阶振型图

3.2.4 板壳模型有限元分析

为了验证梁格理论对斜交实体板壳计算的准确性,现用板壳模型进行有限元分析,板壳模型共划分 370 个板壳单元,对板壳的有限元模型的静动载计算分析结果可见,梁格模型的有限元分析计算结果与板壳模型计算结果吻合较好。板壳模型计算结果的应力云图中应力分布的情况以及每一部分应力的大小与相应位置截面梁格模型计算的结果比较接近,应力云图见图 7 所示,由应力云图可见,应力相差基本在 5% 左右之内,板壳模型动力分析的计算结果,基频为 7.987 Hz,基频振型是竖弯,其振型见图 8 所示。

4 结束语

通过对梁格理论的介绍以及工程实际的应用,可得出如下结论与建议:

(1) 梁格理论可以处理板梁、板梁组合以及箱形梁,可以通过梁格模型的有限元计算分析直接得到相

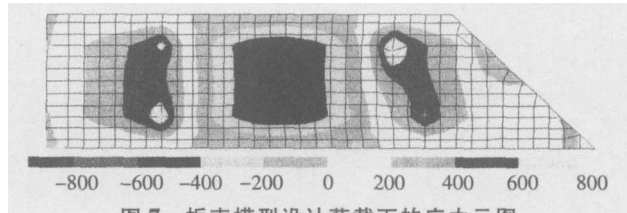


图 7 板壳模型设计荷载下的应力云图

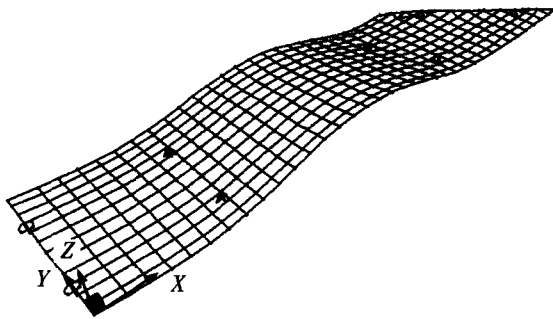


图 8 板壳模型第一阶振型

对应结构的内力,为结构的计算分析提供极大的方便以及实用,在具体工程实际应用中是一种实用可行的分析方法。

(2) 梁格分析方法在分析斜交上部结构时,当斜交角度小于 20° 的简支梁,应用具有直交的梁格来分析,但对于角度较大的斜交角度时,或者结构是连续的,梁格支点线必须在原型斜角支点约 5° 范围以内,即斜交支点处的梁格模拟的斜交梁格不能偏离较大。若斜度很大,特别是截面形式如采用薄壁的箱梁结构,很可能截面的约束扭转翘曲、剪力滞以及畸变效应要给予重视考虑,如组成截面的顶板和底板以及腹板的厚度较厚,同时设置了强大的横隔板,可以按初等梁格理论进行计算,结果是满足有关规范要求的。

(3) 用梁格理论进行有限元模型分析时,建议尽可能采用别的理论或者其他的分析方法进行比较对照,最好采用板壳模型进行动力特性的计算验证,梁格模型刚度模拟的准确性,

(4) 通过该工程实际的应用分析可见,梁格分析

的准确度取决于梁格刚度模拟的准确度以及梁格单元受力特性模拟结构的准确度。

(5) 经梁格模型以及板壳模型的计算分析结果,该桥的设计比较保守,其动力性能较好,基频较大,说明整体的刚度较大,整桥处于弹性的工作状态。

(6) 梁格理论分析的不足之处是前处理工作量较大,对结构刚度精确的模拟相对具有一定的难度,同时梁格法不能考虑剪力滞、扭转、畸变产生的截面翘曲,该理论有待更深入的研究与应用。

参考文献:

- [1] 依·西·汉勃来.(E.C.Harnby).桥梁上部构造性能[M].北京:人民交通出版社,1982.
- [2] 吴善幸,陈华鹏,黄剑源.城市不规则箱形桥梁的格子梁分析[J].宁波大学学报(理工版),1996,(3):126-134.
- [3] 姚玲森.桥梁工程[M].北京:人民交通出版社,1998.
- [4] 黄剑源,程达钧.薄壁结构的扭转分析[M].北京:中国铁道出版社,1998.
- [5] 刘斌.城市立交桥中异形箱梁的有限元分析[D].杭州:浙江大学,2004.
- [6] 张元海.桥梁结构理论分析[M].北京:科学出版社,2005.
- [7] 姚玲森.曲线梁[M].北京:人民交通出版社,1989.
- [8] 戴公连,李德建.桥梁结构空间分析方法与应用[M].北京:人民交通出版社,2001.
- [9] 博嘉科技.有限元分析软件(ANSYS 融会与贯通)[M].北京:中国水利水电出版社,2002.
- [10] 郝文化.ANSYS 土木工程应用实例[M].北京:中国水利水电出版社,2005.

(编辑 慕成娟)