



结构可靠度理论与应用状况

吴世伟

一、概 况

结构构件设计时,应使所设计的构件在使用期内力求在经济合理下满足(1)强度、(2)适用、(3)耐久和(4)整体稳定。这里(1)、(4)项关系到人身安全,结构具有这种性质一般用结构的安全性来描述。(2)项属于结构的适用性而(3)项则属于结构的耐久性。结构安全性、适用性和耐久性三者的总称即结构的可靠性。可靠性的数量描述一般用可靠度;安全性的数量描述则用安全度。可靠度比安全度的含义更广泛,更能全面地反映结构的安全程度。《建筑结构设计统一标准》[1]中就采用可靠度一词度量结构的安全程度。

早期工程结构设计方法是容许应力法,它要求在荷载作用下,结构构件某截面应力不超过材料的容许应力 $[\sigma]$, $[\sigma]=R/K$,式中 R 为材料强度, K 为安全系数。

随着结构分析方法的发展,出现了按破坏阶段设计的方法。它与容许应力法的主要区别在于它考虑了材料的塑性性质设计截面或构件或整个结构的承载能力。如受弯构件的承载能力为 M_P ,要求构件承受弯矩 M 乘以安全系数 K 后不超过 M_P ,即 $KM \leq M_P$ 。

上述两种结构设计方法中,为了保证结构的安全,都引入了大于1的安全系数 K 。这类设计方法总称安全系数法。实践证明用安全系数法设计结构不够科学,原因是:

(1) 由于安全系数系根据经验进行粗略制定的数值,结果使结构设计非常粗糙。例如,往往由于人为选择不同的安全系数而与精确的计算方法不相匹配。

(2) 安全系数不能作为度量结构可靠度的统一尺度。理论实践都已证明,安全系数大小只能反映同一类型构件某种特定的受力状态下的安全度,但对不同类型结构或同结构同一截面不同受力状态下,即使同一安全系数,也不能使之具有相同的安全度。例如,现行规范规定砖石结构偏心受压构件安全系数为2.3,钢筋混凝土偏心受压构件设计安全系数为1.55,但根据验证,前者安全度并不比后者高;钢筋混凝土轴向受压构件与受剪构件的设计安全系数都规定为1.55,但据验证,两者也不具相同的安全度。

(3) 增加结构的安全系数,不一定按比例增加结构的安全度,对于那些存在着不同符号应力叠加情况的结构,这问题更加突出[2]。早期结构设计中往往由于这种错觉而造成失事,如英国的Ferrybridge冷却塔就是由于这种原因破坏的[3]。

由于安全系数法没有考虑结构材料性能、构件尺寸以及外来作用都是随机的几何量或物理量,而不是确定的单值量,并把这些不确定量用一个笼统的系数涵盖起来,因而造成上述问题。为克服这些缺点,人们发展一种新的设计方法——结构可靠度设计。

结构的可靠度指的是结构或构件在规定的时间内,在规定的条件下完成预定功能的概率。可靠度设计是以承认结构有失效(或破坏)的可能性为前提的。在结构可靠度问题中,主要碰到的是强度的可靠度问题,它是从结构材料强度大于荷载引起的应力的概率出发进行

可靠度设计，而不是用一个笼统的安全系数进行设计的。这种出发点更符合客观实际情况，并易为人们所接受。例如，当飞机或汽车设计师告诉人们坐飞机或汽车有冒每小时为百万分之一失事的可能性（大体上与常见病死亡率相当）时，人们是很容易理解的。如果将这种指标作可靠度设计指标，人们自然会放心，因为它比常规法中用安全系数 2 设计要明确得多。

结构设计从安全系数法到基于概率理论的可靠度设计法，有一个过渡阶段。在过渡阶段中，有三种水准的设计方法。水准 I 法是“半经验半概率法”，也就是对影响结构可靠度的某些参数进行数理统计分析，并与经验结合，然后引入某些经验系数。该法对结构可靠度还不能作出定量的估计。水准 II 法就是一次二阶矩法，又称“近似概率法”，是用概率理论的方法，对结构可靠度用近似的方法进行计算。它是目前实际计算可靠度中用得最多的方法。水准 III 法，亦称“全概率法”，是完全基于概率论的结构可靠度的精确分析法。由于用这种方法进行可靠度计算会使问题变成非常复杂，因此目前在实用中很少直接使用这种方法。

二、结构可靠度研究历史简介

可靠度研究早在 30 年代便开始萌芽，当时主要对飞机失效的研究。第二次世界大战中，德国曾用可靠度方法分析过火箭。美国也对 B-29 飞机进行过可靠度分析。50 年代开始，美国国防部专门建立了可靠度研究机构 (AGREE)，对一系列可靠度问题进行研究，促进了空间研究计划的顺利进行。

可靠度在结构设计中的应用约在 40 年代开始。1946 年 A.M.Freudenthal 发表题为“结构的安全度”的论文 [4]，较为集中地讨论这个问题。同期，苏联的 A.P.Ржаницын 提出了一次二阶矩理论的基本概念以及计算结构失效概率的方法及对应的可靠指标公式。但那时还局限于应用古典可靠度理论，设计中随机变量完全为其均值和标准差所确定。显然，这只是在随机变量都是正态分布下才是精确的。在 Ржаницын 工作的基础上，美国 Cornell 于 1969 年提出了与结构失效概率相联系的可靠指标 β 作为衡量结构安全度的一种统一数量指标，建立了结构安全度的二次矩模式。从此，情况有了很大的变化。1971 年加拿大的 C.Lind 对这种模式采用分离函数方法，将可靠指标 β 表达成设计人员习惯采用的分项安全系数形式。1972 年 E.Rosenblueth 和 L.Esteva 等人提出了对数正态分布下的二阶矩模式。这些进程都加速了结构可靠度的实用化。美国伊利诺埃大学 A.H.-S.Ang (洪华生)，在结构可靠度研究方面有较大的贡献。他对各种结构不定性作了分析，提出了广义可靠度概率法。他同 W.H.Tang 合写的名为“工程规划和设计中的概率概念”一书 [5]，在世界上也广为应用。现在他正致力于结构体系的可靠度问题的研究 [6, 7]。1976 年国际结构安全度联合委员会 (JCSS)，采用 Rackwitz 等人提出的通过当量正态的方法以考虑随机变量实际分布的二阶矩模式，对提高二阶矩模式的精度意义很大。至此，二阶矩模式的结构可靠度表达式与设计方法开始进入实用阶段。丹麦 P.Thoft-Christensen 和英国的 M.J.Baker 在结构可靠度理论也有很大的贡献，他们合著的“结构可靠度理论及其应用” [8] 一书，总结了结构可靠度理论与应用的主要内容，是目前世界上较为完善的一本教材，已为国内外广为应用。

在我国，结构可靠度问题的研究工作开展较晚。五十年代中期开始采用苏联提出的极限状态设计。六十年代土木工程界曾广泛开展过结构安全度的研究与讨论。七十年代开始把半经验半概率的方法用到六本有关结构设计规范中去。此后，有关建筑部门开始组织大量科研

人员从事于结构可靠度设计方法的研究。1980年提出的《建筑结构设计统一标准》(初稿)就完全采用国际上正在发展和推行的以概率统计为基础的极限状态设计方法。该法统一了建筑结构设计的基本原则,规定了适用于各种材料结构的可靠度分析方法和设计表达式。可以预料,这种完全崭新的规范的通过与实施,将使我国结构可靠度的研究工作进入一个新的阶段。

三、结构可靠度的分析过程与目的

结构可靠度的分析过程大致可以分为如下三个阶段:

1. 搜集随机变量的观测或试验资料,用概率统计方法进行统计分析,求出其分布规律及有关的统计量,作为可靠度计算的依据。结构有关的随机变量很多,但大致可以分为三类,即外来作用(如荷载等)、材料性质和结构的几何尺寸。结构随机变量的统计分布规律大都是正态、对数正态和极值 I 型等分布,相应的统计量为均值、标准差或变异系数等。

2. 用力学的方法计算结构的荷载效应,通过实验与统计获得结构的抗力,从而建立结构的破坏标准。荷载的效应指的是荷载作用下结构的内力、应力或位移、变形等量值,它们可以用材料力学或弹性力学方法求解。结构抗力指的是结构抵抗破坏或变形的能力,如屈服极限、强度极限、容许变形与位移等,它们可以由实验或资料统计获得。结构的破坏标准完全由规范所规定,目前一般用极限状态设计,因此破坏标准就用极限状态表示。破坏标准联结了结构抗力与荷载效应,它组成了结构可靠度计算的极限状态方程。对于结构体系,极限状态方程一般相当复杂,需要靠结构力学中的平衡法或虚功原理建立。

3. 用概率统计方法计算满足结构破坏标准下结构的可靠度。根据结构的随机变量以及破坏标准,即可用可靠度计算方法算出评定结构安全程度的指标——结构的可靠度。工程上目前不用可靠度而用反映结构可靠度的所谓可靠指标[2]。

可靠指标目前已作为结构可靠度设计的依据。国内外许多规范都规定了适用于各种结构具体条件下的目标可靠指标,它是设计所预期的可靠指标。据此,可以进行结构可靠度设计。

结构可靠度设计的目的大概可分为三类:

1. 已知结构尺寸、荷载、材料以及目标可靠指标下,设计或校核结构的可靠度。
2. 校核现行规范,给出规范中有关系数所对应的安全水准。
3. 在给定目标可靠指标下,计算现行规范设计中的系数(即分项系数),得出具有新的分项系数下的设计表达式以作设计使用。

四、结构可靠度的计算方法

结构可靠度计算主要是计算结构的可靠指标 β 。计算 β 的方法很多[2, 3, 6, 7, 8],这里只介绍一次二阶矩法、JC法、验证荷载法和蒙特卡洛法。一次二阶矩法是JC法的基础。JC法通俗易懂,不受随机变量分布规律限制,计算又较简单,是目前国内外结构可靠度分析中最常用的近似法。验证荷载法在校核已建成蓄水的水坝的可靠度方面是一种强有力的方法。蒙特卡洛法则是一种相对精确法,可用于验算其它方法的精度。

1. 一次二阶矩法

本法是把随机变量用它们的第一和第二阶矩表示的同时,把极限状态方程在某点线性化,以进行可靠度计算。

设有极限状态方程

$$g(x) = 0 \quad (1)$$

式中 $x = x_1 x_2 \dots x_n$, x_n 表示荷载效应和抗力的几个随机变量。把式(1)用泰勒级数在某点展开并取一次式后,得线性化后方程为

$$Z = (x^*) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \quad (2)$$

式中 x^* 为线性化点。

由式(2)有均值

$$\bar{Z} = g(\bar{x}) = g(x^*) + (\bar{x}_1 - x_1^*) \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*} + \dots + (\bar{x}_n - x_n^*) \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{x^*} \quad (3)$$

标准差 σ_z 可以用 σ_{x_i} 的各自数值的线性组合[2]如下:

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{x_i} \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \quad (4)$$

式中 α_i 为灵敏系数(或分离系数),

$$\alpha_i = \sigma_{x_i} \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} / \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\sigma_{x_i} \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \right)^2} \quad (5)$$

把线性化点取在破坏边界处,则有 $g(x^*) = 0$, 因而式(3)变成

$$\bar{Z} = \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \quad (6)$$

利用可靠指标公式 $\beta = \bar{Z} / \sigma_z$ [2], 把式(4)和式(6)代入整理后得对于一切 i 都适用的如下式子:

$$x_i^* = \bar{x}_i - \alpha_i \beta \sigma_{x_i} \quad (7)$$

式(7)确定了线性化点 x^* , 这个点一般称设计验算点。在给定均值 \bar{x}_i 、标准差 σ_{x_i} 和 β 值时, x^* 可以由式(5)和式(7)得到。如果只知道 \bar{x}_i 和 σ_{x_i} 而 β 和 x^* 都需要求解时,则需要通过迭代法计算[2]。

2. JC 法

JC 法又称 Rackwitz—Skov 法, 是用于计算随机变量一般分布下结构可靠指标的强有

力的方法。该法把随机变量 x_i 原来的非正态分布用正态分布代替，但对所代替的正态分布要求在设计验算点 x_i^* 处的概率分布 (CDF) 和概率密度函数 (PDF) 和原分布的 CDF 和 PDF 相同。

在上述当量正态代替下，代替的正态分布变量 x_i' 的均值 \bar{x}_i' 和标准差 σ_i' 由两种分布下的 CDF 和 PDF 的等效条件求得 [2]。

$$\sigma_i' = \phi\{\Phi^{-1}[F_i(x_i^*)]\} / f_i(x_i^*) \quad (8)$$

$$\bar{x}_i' = x_i^* - \sigma_i' \Phi^{-1}[F_i(x_i^*)] \quad (9)$$

以上式中， $F_i(\cdot)$ 和 $f_i(\cdot)$ 分别为变量 x_i 的 CDF 和 PDF。当等效正态分布的 \bar{x}_i' 和 σ_i' 确定之后，就可以用改进一次二阶矩法求解结构的可靠指标了 [2]。

3. 验证荷载法

验证荷载法是 Fujino 和 Lind 1977 年系统地整理出来的 [9]，是一种通过对所设计结构施加验证荷载，改变结构抗力的分布规律以提高结构的可靠度的一种方法。它是当前用于提高建筑结构可靠度的一种方法。但在那个领域中存在着一个难以解决的问题，即为提高某建筑结构的可靠度，需要对该结构进行验证荷载试验。由于这工作量太大，因而影响该法直接用于建筑结构的可靠度校核。坝工结构则不然，坝承受的主要荷载是水压力，当坝建成蓄水后，即已经受验证荷载，因此，对于水工结构可靠度校核，采用验证荷载法，可以如实反映坝的可靠度，得到更好的经济效益。文献 (10) 详细地讨论了验证荷载法的基本原理及其在重力坝可靠度分析中的应用，并附有两个重力坝在考虑与不考虑验证荷载作用下的可靠度校核成果。

4. 蒙特卡洛法

为了计算某些量，先造出概率模型，使它们的若干数字特征恰好重合于所需的计算量，从而求解所需的概率估量。这就是蒙特卡洛法的基本思路。

在结构可靠度分析中，蒙特卡洛法往往用来求解结构的失效概率。下面仅列出该法应用于求解结构失效概率的步骤。

1. 用同余法选择合适的初参数，在 [0, 1] 内产生均匀、独立的随机数列 $\{r_N\}$ 。
2. 设极限状态方程中的某随机变量为 x_j ，分布为 $F_{x_j}(x)$ 的随机数序列 $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jN}$ 。
3. 重复 1、2 步骤 N 次，可得极限状态方程中所有 n 个随机变量服从本身分布的数学序列： $\{x_{1N}\}, \{x_{2N}\}, \dots, \{x_{nN}\}$ 。
4. 将以上各序列分组得

$$\{x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1}\}, \{x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2}\}, \dots, \{x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{nn}\}$$

然后代入极限状态方程中，得

$$Z = g(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}) \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

在 N 次计算中，可以累加出现 $Z \leq 0$ 的次数，设用 K 表示这次数。

5. 取失效概率为A

$$A = K/N * 100\%$$

令 $M = 100/P_f$, P_f 是用其它近似法估计的结构失效概率。若 $M \leq N$, 则 $P_f = A$; 若 $M > N$ 。则重新由步骤 1 开始, 继续计算, 直至 $M \leq N$ 条件满足为止。最后结构失效概率就是

$$P_f = K/N * 100\%$$

蒙特卡洛方法的优点在于其精度随计算次数 N 增大而增高, 当 N 选取足够大时, 可以获得 P_f 的相对精确值。从这个角度出发, 蒙特卡洛法是检验其它近似法的强有力的工具。但为求较好的解答, 蒙特卡洛法计算的次数往往多达几十万甚至上百万次, 耗弗相当大的电算时间, 因此, 为克服这个弱点, 目前人们正在进行研究, 企图寻找计算次数与失效概率 P_f 没有直接关系的新方法。

五、结构可靠度理论目前使用情况

在国外, 结构可靠度理论已用于原子能反应堆设计、海上平台设计等重要结构设计中。在建筑结构方面, 也已用该理论校核现存规范、制定新规范以作可靠度设计使用。这里简单介绍我国目前使用情况。

1. 在建筑设计方面

目前在我国建筑结构规范中, 在安全度的表达形式上, 材料强度的取值上尚未统一, 设计中非常不便, 为此, 1976 年国家建委下达了“建筑结构安全度与荷载组合”的科研课题, 并作为国家重大科研项目。1978 年又下达偏写《建筑结构设计统一标准》的任务。在中国建科院领导下, 成立专题研究组和编委会, 组织了有关单位开展工作。编委会参考了国际上的研究成果, 特别是 JCSS 编制的《结构统一标准规范的国际体系》, 采用水准 II 的概率极限状态设计法进行了卓有成效的工作。1981 年在昆明召开鉴定会, 提出了《建筑结构设计统一标准》(初稿), 1982 年在九江召开了审查会, 通过了该统一标准的送审稿, 并于今年正式定稿。去年中国建科院已出版了这个新标准。至此, 我国结构可靠度设计实已进入了新阶段。目前建筑结构有关部门正组织力量研究用可靠度理论设计的各种具体结构的规范。作者相信, 建筑部门所采用的途径, 对今后各设计部门应用可靠度理论设计都具有极其深刻的意义。

2. 在港工结构设计方面

84 年 8 月中旬由交通部水运规划设计院主持召开了“港工结构设计可靠度问题座谈会”, 就港口工程如何采用可靠度理论问题进行了讨论。在交通部基建局发的一份会议纪要中明确提到将可靠度理论运用于港工设计规范是将港工规范水平提高到国际水平的一个重要环节, 它将克服港工设计各规范中安全度表示不一的混乱局面, 解决各种构件安全储备不一的问题, 从而达到经济技术上的安全合理, 同时促进港工科学技术的发展。会上还讨论了运用可靠度理论编写港工规范的问题, 建议作为第一步用 3—4 年时间进行有关问题研究和编写港

工设计统一标准，以为制定各港工具体设计规范奠定基础。作者认为，交通部这步走得好，依此计划，交通部在结构可靠度在设计中的应用方面将继续建工部之后，有可能把自己的规范提高到国际水平。

3. 在坝工结构设计方面

84年八月在上海召开的《混凝土重力坝规范补充规定》审查会上提出的重力坝规范中存在的八个问题，就有一半以上的问题需要用概率统计理论来解决。这些问题是：明确规定剪摩公式以及对应的安全系数问题；抗剪指标层层打折的不合理问题；扬压力大小的选择问题；设计水位问题；温控问题以及抗震问题等。以摩擦系数 f 和凝聚力 C 为例，目前确定的方法至少有六种之多，它们出入极大。我们对某混凝土坝的有关摩擦系数资料，用这六种方法计算，得出 $f = 1.83 - 3.61$ ， $C = 8.5 - 31.4 \text{ kg/cm}^2$ ，而最后设计者则采用 $f = 0.75$ ， $c = 0$ 。这就是目前工程实际上处理那些原来是随机变量的设计量的方法。由于没有用与随机变量相应的设计方法，对所设计的结构的安全性没有把握，最后使用层层折扣的办法解决问题。显然，这样处理主观意志成份很重，结果往往既搞不清所设计结构的安全度，也不能设计出经济的结构。上面列举的其它问题也有类似的结果。这些问题在这次会议上已第一次提出，并引起有关人士的重视。作者坚信，虽然水工结构比起建筑结构来要复杂一些，但考虑到我国目前已有大量建成并经受几十年考验的水库和相应的挡土建筑物，它们可为结构可靠度在水工结构设计中提供大量宝贵统计资料，以保证可靠度理论在水工结构设计中的可行性和可靠性。

两年多来，我院“重力坝可靠度分析”科研组，在重力坝可靠度分析方面做了以下一些工作：1. 与重力坝有关的一些设计变量统计资料的搜集与分析；2. 初步完成坝上游水位年峰值的统计值和分布规律的分析工作[11]；3. 初步统计某些坝的材料强度、摩擦系数、凝聚力，扬压力等随机变量的统计值；4. 完成几个山区砌石重力坝的可靠度分析[12]；5. 完成两个重力坝的验证荷载法校核[10]。最近还初步探讨一座经过20多年考验的实际重力坝的部份坝段的可靠度校核工作。通过这些工作，我们认为结构可靠度方法用于重力坝设计与校核是可行的；随机变量统计工作量很大，但我国具备有利条件，只要有关部门支持，是可以搞好的；可靠度设计方法可以改变水工结构设计中至今还在用的那种层层打折、没有统一的安全系数的不合理局面；可靠度设计还可以反映施工质量对结构安全度的影响情况。

六、结构可靠度理论的发展趋势

结构可靠度理论目前的应用还局限于结构构件设计方面，结构体系可靠度设计正处在研究之中。其发展趋势，从明年在日本由27个国际组织资助召开的第四次国际结构安全度与可靠度会议论文目录可以反映出来。除了常规的结构可靠度在工民建、桥隧、海上平台等结构方面应用外，结构可靠度理论在如下方面已经或正在发展：疲劳可靠度、断裂可靠度、动力可靠度、基于可靠度的结构优化设计、基于可靠度的土工设计以及随机有限单元法等。

参 考 文 献

- [1] 《建筑设计统一标准》中国建筑科学研究院主编, 1983 年
- [2] 吴世伟主编, “结构可靠度分析”, 华东水利学院讲义, 1984.8
- [3] Ellingwood, B., Galambos, T. V., Mac Gregor, J. G., and Cornell, C. A., “Development of a probability based load criterion for American National Standard A58, building code requirements for minimum design loads in building and other structures”, U. S. Government Printing Office, Washington, 1980
- [4] Freudenthal, A. M., “The safety of structures”, Transactions, ASCE, 1947
- [5] Alfredo H.—S. Ang and Wilson H. Tang, “Probability concepts in engineering planning and design” Volume I, John Wiley & Sons Inc. 1975
- [6] Hak—Feng Ma and A. H. —S. Ang, “Reliability analysis of redandant ductile Structural Systems”, University of Illinois at Urbana—Champaign, August 1981
- [7] Bennett, R. M. and A. H. —S. Ang, “Investigation of methods for structural system reliabilty”, University of Illinois at Urbana—Champaign, September 1983
- [8] Palle Thoft—Christensen and Michael J. Baker “Structural reliability theory and its applications”, Springer—Verlag Berlin; Heidelberg, 1982
- [9] Yozo Fujino and Niels C. Lind, “Proof—Load factors and reliability”, Journal of the Structural Divesion, April 1977
- [10] 吴世伟, “用验证荷载法校核重力坝的可靠度”, 华东水利学院科技情报室, 1983.8
- [11] 吴世伟、张思俊、于强, “坝上游水位变化规律及统计量”, 华东水利学院“重力坝可靠度分析方法”科研组成果(2), 华东水利学院科技情报室, 1983.8
- [12] 吴世伟, “重力坝可靠度校核方法的探讨”, 华东水利学院学报, 1984.2