

有支流汇入情况下运动波和扩散波河道洪水预报模型研究

黄春江 赵英林 李记泽
(武汉大学)

摘要:本文推导了有支流汇入河段洪水运动波和扩散波实时洪水预报模型。模型参数采用带可变遗忘因子的最小二乘递推算法进行实时估计。模型被用于长江宜昌至枝城河段进行模拟预报,预报结果精度较高。
关键词:河道洪水 支流汇入 实时预报 可变遗忘因子

1 引言

洪水波五种模型用得最多的是运动波模型和扩散波模型。因为这两种波型最简单,预报效果较理想。但现有的预报模型多为无支流汇入情况下的预报模型,实际河流多为有支流的,因此研究有支流汇入情况下河道洪水运动波和扩散波预报模型是很有必要的。由于无支流河道洪水波预报模型和其采用的差分方法是下面推导有支流河道洪水运动波和扩散波预报模型所必需的基础,因此对无支流河道洪水波预报模型的推导也进行了简述。

2 有旁侧入流情况下扩散波实时预报模型的推导

2.1 无支流河道洪水波预报模型

2.1.1 运动波预报模型

以流量表示的运动波方程为:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

式中:Q——断面流量
x——流向坐标
t——时间坐标
c——波速

在河段上游站j与下游站j+1断面,各自对式(1)中 $\frac{\partial Q}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial Q}{\partial x}$ 项对时间t和距离x分别取差分。在j+1断面:对时间取向前差分,对距离取向后差分;在j断面:对时间取向后差分,对距离取向前差分,整理后得运动波流量预报模型为:

$$Q(j+1, t+\Delta t) = Q(j+1, t) + k_1(t)[Q(j, t) - Q(j, t-\Delta t)] \tag{2}$$

若j+1断面采用对时间和距离都取向后差分,则有运动波流量模型的另一形式为:

$$Q(j+1, t) = Q(j+1, t-\Delta t) + k_2(t)[Q(j, t) - Q(j, t-\Delta t)] \tag{3}$$

式(3)无预见期,仅为下面推导做准备。

2.1.2 扩散波预报模型

以流量表示的扩散波方程为:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \tag{4}$$

式中,D为扩散系数,其它符号意义与式(1)相同。

对 $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ 项作二阶差分处理,是在图1中增设一个虚拟的计算中断面j',从而完成j+1,j断面对 $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ 的二阶差分,对于 $\frac{\partial Q}{\partial x}$ 项的一阶差分处理,取考虑虚拟计算中断面j'的两段平均一阶差分。

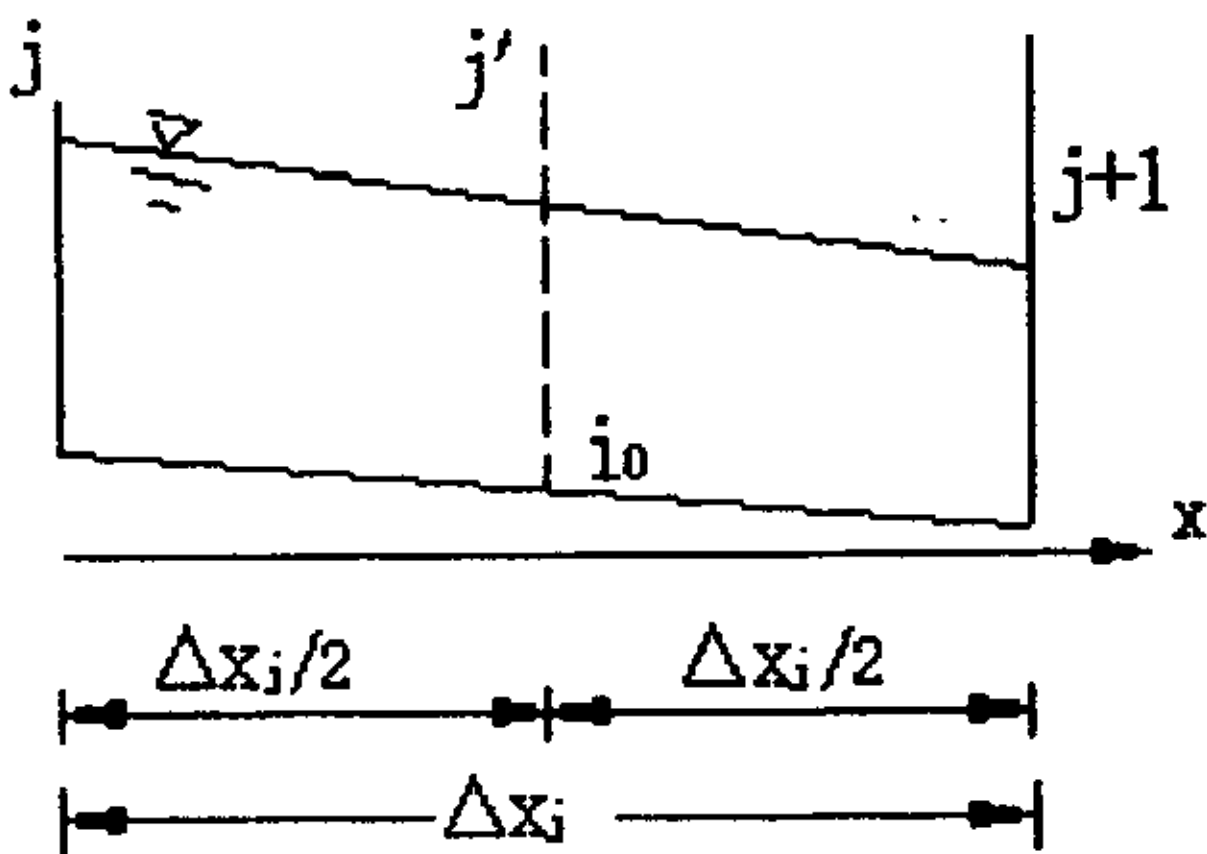


图1 虚拟计算中断面示意图

在j+1断面,对 $\frac{\partial Q}{\partial x}$ 取向后差分, $\frac{\partial Q}{\partial t}$ 取向前差分, $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ 取二阶向后差分;在j断面,对 $\frac{\partial Q}{\partial x}$ 取向前差分, $\frac{\partial Q}{\partial t}$ 取向后差分, $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ 取二阶向前差分。

整理后有:

$$Q(j+1, t+\Delta t) = \alpha_1(t)Q(j+1, t) + \alpha_2(t)Q$$

$$(j, t) + \alpha_3(t)Q(j, t - \Delta t) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } \alpha_1 &= 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x_j} \left(\frac{D_1}{D_2} c_2 - c_1 \right) \\ \alpha_2 &= \frac{D_1}{D_2} + \frac{\Delta t}{\Delta x_j} \left(c_1 - \frac{D_1}{D_2} c_2 \right) \\ \alpha_3 &= -\frac{D_1}{D_2} \end{aligned}$$

若 $j+1$ 断面对 $\frac{\partial Q}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial Q}{\partial t}$ 均取向后差分, $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ 取二阶向后差分, 有:

$$Q(j+1, t) = \beta_1(t)Q(j+1, t - \Delta t) + \beta_2(t)Q(j, t) + \beta_3(t)Q(j, t - \Delta t) \quad (6)$$

(6) 式无预见期, 仅为下面推导做准备。

2.2 有支流汇入河段预报模型

对有支流汇入河段, 取一虚拟单元河段如图2所示, 将干流 j 至 $j+1$ 河段划分为 je 、 ef 、 $fj+1$ 计算河段以及支流 gk 计算河段, 这样除交汇处 Δx 河段外, 其它河段都可利用前面所论述的预报模型进行预报。下面着重论述 Δx 河段的处理。

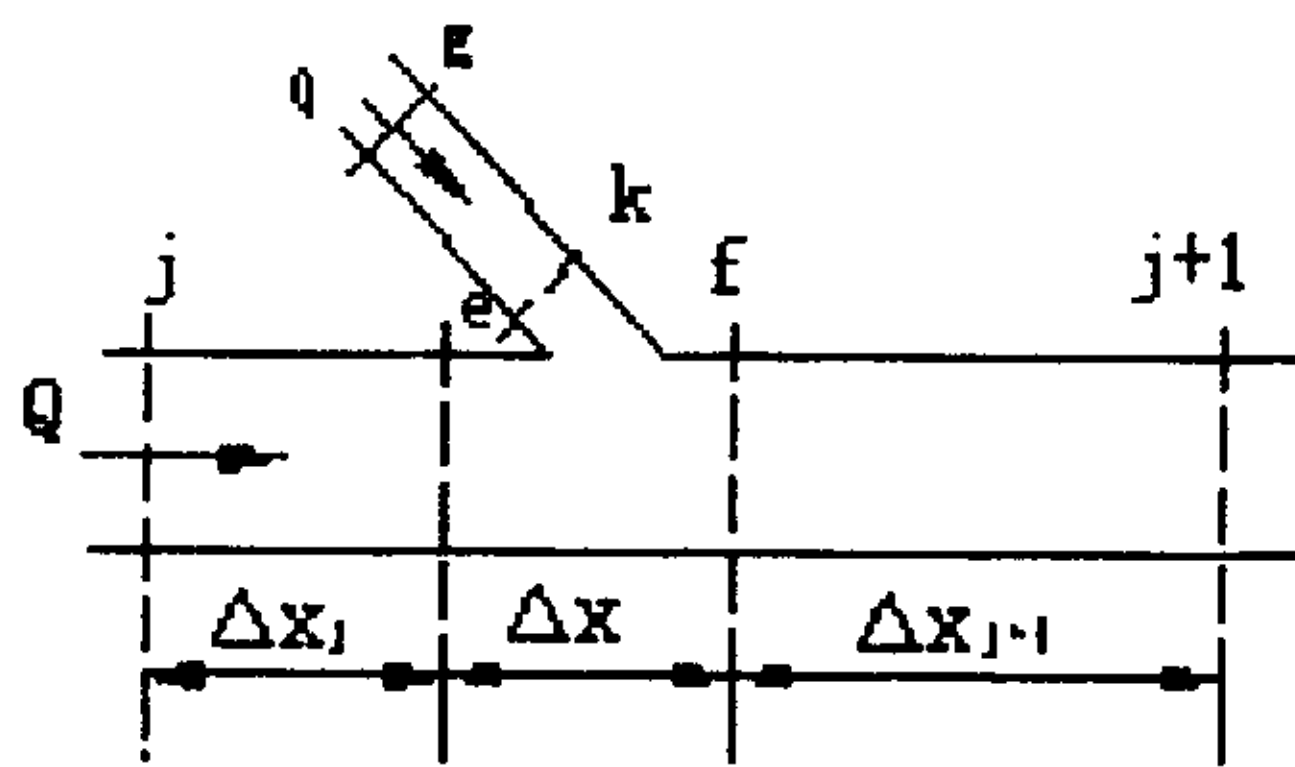


图2 有支流汇入河段示意图

对于支流交汇 ef 河段, 设虚拟计算河段长 $\Delta x \rightarrow 0$, 由水流连续性条件有:

$$\begin{cases} Q(f, t) = Q(e, t) + q(k, t) \\ Q(f, t - \Delta t) = Q(e, t - \Delta t) + q(k, t - \Delta t) \end{cases} \quad (7)$$

2.2.1 有支流汇入河段的运动波预报模型

对图2所示的 j 、 g 断面分别采用式(3)演算到下断面 e 和 k , 即:

$$Q(e, t) = Q(e, t - \Delta t) + aQ(j, t) - aQ(j, t - \Delta t) \quad (8)$$

$$q(k, t) = q(k, t - \Delta t) + bq(g, t) - bq(g, t - \Delta t) \quad (9)$$

对于 f 断面, 应用式(2)演算到下断面 $j+1$, 得:

$$Q(j+1, t + \Delta t) = Q(j+1, t) + dQ(f, t) - dQ(f, t - \Delta t) \quad (10)$$

将式(7)、(8)、(9)式代入(10)式, 经进一步整理, 可得考虑支流汇入河段的运动波流量预报模

型:

$$\begin{aligned} Q(j+1, t + \Delta t) &= Q(j+1, t) + \theta_1(t) \\ &\quad [Q(j, t) - Q(j, t - \Delta t)] + \theta_2(t) \\ &\quad [q(g, t) - q(g, t - \Delta t)] \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\theta_1(t) = ad$ 、 $\theta_2(t) = bd$, 均为时变参数。式(11)即为有支流汇入河段的运动波流量预报模型。

2.2.2 有支流汇入河段的扩散波预报模型

用与2.2.1相似的方法, 可得考虑支流汇入河段的扩散波流量预报模型:

$$\begin{aligned} Q(j+1, t + \Delta t) &= \theta_1(t)Q(j+1, t) + \\ &\quad \theta_2(t)Q(j, t) + \theta_3(t)Q(j, t - \Delta t) + \theta_4(t) \\ &\quad q(g, t) + \theta_5(t)q(g, t - \Delta t) + E(t + \Delta t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } E(t + \Delta t) &= (c_2a_1 + c_3)[a_1Q(e, t - 2\Delta t) \\ &\quad + a_3Q(j, t - 2\Delta t)] + (c_2b_1 + c_3) \\ &\quad [b_1q(k, t - 2\Delta t) + b_3q(g, t - 2\Delta t)] \end{aligned}$$

$E(t + \Delta t)$ 项作为模型的截断误差; 模型参数 $\theta_1(t) = c_1$ 、 $\theta_2(t) = c_2a_2$ 、 $\theta_3(t) = c_2a_3 + c_2a_1a_2 + c_3a_2$ 、 $\theta_4(t) = c_2b_2$ 、 $\theta_5(t) = c_2b_3 + c_2b_1b_2 + c_3b_2$ 。

3 模型参数自适应识别与实时校正方法

在洪水动态系统中, 其动态特性不总是按照某一特定方式变化的, 而是有时变化慢, 有时变化快, 有时还会发生突变。对这类系统模型的参数辨识, 要求算法具有较强的实时跟踪能力。目前, 在洪水实时预报中, 模型参数识别多采用具有可变遗忘因子的递推最小二乘算法。为此, 将式(11)和式(12)写成如下形式:

$$Y(t+1) = X^T(t+1)\theta(t)$$

对于式(10)有:

$$\begin{aligned} X^T(t+1) &= [Q(j, t) - Q(j, t - \Delta t), q(g, t) - \\ &\quad q(g, t - \Delta t)] \\ \theta &= [\theta_1, \theta_2]^T \end{aligned}$$

对于式(11)有:

$$\begin{aligned} X^T(t+1) &= [Q(j+1, t), Q(j, t), Q(j, t - \\ &\quad \Delta t), q(g, t), q(g, t - \Delta t)] \\ \theta &= [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5]^T \end{aligned}$$

具体算法如下:

(1) 给定初值 $\theta(0)$ 、 $P(0)$ 、 R ; P 为协方差阵; R 为误差加权平方和, 可根据量测噪声方差的值进行选取。

(2) 置 $t=0$

(3) 预测: $\hat{Y}(t+1) = X^T(t+1)\theta(t)$

- (4) 进行第 $t+1$ 次采样得: $Y(t+1)$
- (5) 计算预报残差: $e(t+1) = Y(t+1) - X^T(t+1)\theta(t+1)$
- (6) 计算增益矩阵: $K(t+1) = P(t)X(t+1)[1 + X^T(t+1)P(t)X(t+1)]^{-1}$
- (7) 计算遗忘因子: $\lambda(t+1) = 1 - [1 - X^T(t+1)K(t+1)e(t+1)^2]/R$
- (8) 计算协方差阵: $P(t+1) = [P(t) - K(t+1)X^T(t+1)P(t)]/\lambda(t+1)$
- (9) 修正参数估计: $\theta(t+1) = \theta(t) + K(t+1)[Y(t+1) - X^T(t+1)\theta(t)]$
- (10) $t+1 \rightarrow t$, 转到(3)

式中, $\lambda(t)$ 为可变遗忘因子, 为防止意外干扰使 $\lambda(t)$ 变化过大, 必须对其值加以限制, 使之满足关系式 $\lambda_{\min} < \lambda(k) \leq 1.0$, 一般可取 $\lambda_{\min} = 0.8$ 。在启动递推计算时须选取初值 $\theta(0)$ 、 $P(0)$ 及 R 。初值的选取并不重要, 由初值引起的误差将随着递推计算逐渐消失。

4 实例研究

4.1 河段及资料概况

本文以长江宜昌至枝城河段为例, 河段长 59 km 在宜昌站下游 39 km 处有清江入流。清江是长江中游的重要支流, 流域面积 17000 km², 河长 423 km。流域控制站长阳水文站(搬鱼咀)集水面积 15300 km², 距河口约 50 km, 多年平均流量 425 m³/s, 历史最大洪峰流量 18900 m³/s(1969-07-12)。本文采用 1980 年、1983 年、1984 年和 1985 年的实测流量资料用于模型的检验, 各年资料均从 5 月 1 日 8 时开始至 9 月 30 日 8 时止, 计算时段长用 24 小时, 即 $\Delta t = 24$ h。

4.2 洪水预报结果及分析

选择宜昌至枝城河段的实例洪水资料对上述模型进行模拟预报检验, 并用效率系数 D_y 、平均

相对误差、洪峰相对误差、峰现时间误差等评定指标对模型预报结果进行评定。

运动波模型和扩散波模型的模拟预报结果分别见表 1 和表 2。

表 1 有支流汇入河段(宜昌~枝城) 运动波模型预报结果

年份	模型效率系数 D_y	平均相对误差 $F1(\%)$	洪峰相对误差 $F2(\%)$	洪峰时间误差 $DT(h)$
1980	0.918	7.5	3.7	0.0
1983	0.936	6.8	13.9	0.0
1984	0.982	6.1	5.1	24.0
1985	0.974	4.7	7.4	0.0

表 2 有支流汇入河段(宜昌~枝城) 扩散波模型预报结果

年份	模型效率系数 D_y	平均相对误差 $F1(\%)$	洪峰相对误差 $F2(\%)$	洪峰时间误差 $DT(h)$
1980	0.848	8.3	4.8	0.0
1983	0.93	7.0	14.1	0.0
1984	0.982	6.1	5.3	24.0
1985	0.972	4.8	9.6	0.0

对以上结果进一步分析如下:

- (1) 考虑区间入流的运动波模型和扩散波模型结构简单、合理, 运用效果较好。
- (2) 由于引入了实时递推最小二乘算法, 模型参数不需要离线识别, 给模型应用带来极大方便。
- (3) 可变遗忘因子的引入, 使模型适应动态系统的能力更强, 校正效果更好。
- (4) 在动态系统发生突变时, 遗忘因子取值过小, 导致预报出现异常。因此对可变遗忘因子的变化范围要进行约束, 一般应变化在 0.8 至 1.0 之间。
- (5) 通过两模型的比较可以看出, 采用较复杂的扩散波模型所得出的计算结果不一定比运动波模型计算结果更精确。因为两预报模型之间的差别只有一个参数不同。

(收稿日期: 2001-04-11)

林同炎将设计南宁凌铁大桥

国际著名桥梁大师林同炎日前在南宁签约为南宁市设计一座城市大桥—凌铁大桥, 这是华裔科学家林同炎教授在中国主持设计的第一座大桥。初步设计的凌铁大桥形如一只线条优美的玉簪, 两个扭转向上的弧圈构成桥拱, 桥身从中飞架而过, 极富艺术美感。大桥全长 1080 m, 总投资 21.4 亿元。据悉, 建设工程将于 2004 年完成。

林同炎教授是美国加州大学的终身教授。他在工程方面以创新理论和独特风格著称, 尤以“预应力混凝土结构”著名, 他设计的美国旧金山金门大桥成为世界著名景点。