文章编号：0451－0712(2005)01－0049－05 中图分类号：U416.201 文献标识码：A

层状路面结构体非线性温度场研究概况

宋存牛

(长安大学理学院 西安市 710064)

摘 要：路面结构温度变化状况反映了外界环境因素对路面结构的作用，产生的温度应力是路面破坏的主要因素之一。因此，路面结构温度场的研究对路面设计具有理论指导意义和较高的工程应用价值，从而就这一问题的研究情况进行了概括性总结，对目前研究过程中存在的问题以及求解温度场的计算方法提出了见解。

关键词：路面结构；温度场；研究概况

路面结构完全处于自然环境之中，承受着持续变化的环境因素和车辆荷载的重复作用，路面结构的温度变化状况是环境因素对路面结构的最主要的综合体现之一。高温会引起沥青混凝土面层的推挤和车辙；低温会引起沥青面层的收缩和反射裂缝。因此，准确掌握沥青混凝土路面温度场的分布和变化特点是解决这一问题的前提条件。

围绕这一问题的解决，国内外学者对此进行了大量的研究工作。归纳起来主要有2种方法：(1)统计分析法[1~4]，即通过大量实测数据分析，建立路面温度同当地气温和太阳辐射量之间的关系，这种方法依赖于实测，花费大量的人力、物力和财力，建立的经验公式适用性也受到了限制，一般仅满足测量地域的情况；(2)理论分析法，即根据气候资料通过传热学原理来确定路面结构温度场。理论分析法由美国学者Baber在1957年首先提出[5]，他将路面视为半无限体，大气温度和太阳辐射量假设为正弦函数，进而推导出路面温度场计算公式，但计算结果不适用路面低温过程中温度的估计。1969年，P. C. Pretorious[6]在他的博士论文中采用有限元法对层状路面结构温度场进行了研究。1982年，严作人[7]视路面结构为层状，从气候学和传热学基本原理出发，用解析法对一维水泥混凝土路面温度场进行了深入研究，分析了不同基层材料对路面温度场的影响，提出的气温和太阳辐射量模拟函数仅对正常天气有一定准确性。1992年，吴赣昌[8,9]也视路面为层状体系，系统研究了二维沥青混凝土路面结构温度场，但是计算过程复杂，工程应用比较少。目前研究着眼于升温过程，求解方法主要集中于周期性气候条件下路面结构体温度场的理论解，而没有对非周期性气候条件下(如持续低温和大幅度降温气候等)的温度场进行研究，但路面裂缝形成恰恰发生在该条件下。将随外界环境变化的路表复合换热系数视为常数处理，采用折减太阳辐射量或修正气温振幅方法来估计路表有效反射，这些都会给计算结果带来较大误差。结合西部交通建设科技项目(同时亦为长安大学科技发展基金资助项目)，本文详细地对路面结构温度场的研究情况进行了概括性总结，分析了路面结构温度场的建立过程，对目前研究过程中存在的问题以及求解温度场的计算方法提出了自己的见解。

1 路表复合传热机理分析

路表暴露在自然环境中，与周围进行着热能交换，从而影响路面结构温度场的分布。众所周知，热能传递有3种形式：传导、对流和辐射。下面主要从这3个方面对此加以研究。

1.1 对流换热

当大气气流掠过路表时，由于路表与气流之间的温差引起热流交换形成对流换热P，由牛顿公式可知对流换热为：

$$P=\alpha_B(T_a-T_s) \tag{1}$$

式中：α_B为路表放热系数；T_a和T_s分别为大气

基金项目：西部交通建设科技项目(2001－318－772－05)；长安大学科技发展基金资助项目(0305－1001)

收稿日期：2004－05－24

温度和路表温度。

由于气温受到自然界很多因素的影响，其日变化规律十分复杂。但对晴天天气而言，尚有一定规律。如日最低气温出现在黎明前后 4～6 h，而最高气温大多出现在最大太阳辐射形成后的 2 h；从最低气温上升到最高气温不足 10 h，而从最高气温降至最低气温需要 14 h 以上。为了拟合气温变化规律，Baber 曾采用单一正弦函数描述其日变化规律，即：

$$T_a=\tilde{T}_a+\overline{T}_a\sin(\omega(t-t_0)) \tag{2}$$

同济大学严作人等采用 2 个正弦函数组合模拟气温日变化规律：

$$T_a=\tilde{T}_a+\overline{T}_a(0.96\sin(\omega(t-t_0))+0.146\sin(2\omega(t-t_0))) \tag{3}$$

式中：$\tilde{T}_a$ 为日平均气温，$\tilde{T}_a=(T_{a\max}+T_{a\min})/2$，$T_{a\max}$、$T_{a\min}$ 为日最高和最低气温；$\overline{T}_a$ 为气温振幅，$\overline{T}_a=(T_{a\max}-T_{a\min})/2$；$t$ 为时间(h)，规定早晨6 时为$t=0$；ω 为频率，$\omega=2\pi/24$；一般最高气温滞后于太阳辐射强度峰值 2 h，式(2)取$t_0=2$，式(3)取$t_0=3$。

佛山大学吴赣昌利用余弦级数对从气象站获得的每隔 1 h 气温记录数据逼近，拟合出气温日变化函数，经验证难以和实测相一致，作者提出用下式模拟气温日变化：

$$T_a(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{12}(a_k\cos(k\omega t)+b_k\sin(k\omega t)) \tag{4}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{25}$$

$$a_k=\frac{2}{25}\sum_{j=0}^{24}(t_j\cos\frac{2\pi kj}{25})\ (k=0,1,\cdots,12)$$

$$b_k=\frac{2}{25}\sum(t_j\sin\frac{2\pi kj}{25})\ (k=1,2,\cdots,12)$$

$t_j(j=0,1,2,\cdots,24)$表示时刻为$t=0,1,2,\cdots,24$ 时的气温实测数据。

通过比较看到：采用式(2)，对高温过程的近似较好，而对低温过程的描述误差较大；采用式(3)，对晴天气温日变化过程具有一定的准确性，却难以反映阴雨天、连续降温的任意天气气温；采用式(4)能够准确模拟任意天气气温的变化过程。

1.2 太阳辐射

太阳辐射以电磁波的形式先进入大气层，一部分被大气层吸收，一部分经大气散射后，发散到各个方向，其余部分到达地面，加上大气散射投射到地面的能量，形成太阳总辐射。太阳总辐射主要是波长为 0.3～2.0 μm 范围内的短波辐射。太阳总辐射受到地球大气层、云层以及地面环境等因素的影响，如在阴雨天等情况下，由于云层的遮挡，太阳辐射量接近于零，夜间总辐射量为零。

路面材料可以视为灰体，太阳辐射投射到地面时，部分辐射量被路表吸收，其余部分被路表反射，被路面吸收的辐射量取决于路面材料的黑度，实际物体的黑度越大，辐射量吸收率越大。如果不考虑雨季、云量等影响，太阳辐射量周期性随时间的日变化规律可以模拟为：

$$Q(t)=\begin{cases}\dfrac{Q_0}{\pi}+\dfrac{Q_0}{2}\sin(\omega t)+\dfrac{2Q_0}{\pi}\sum\limits_{k=1}^{\infty}(\dfrac{1}{1-(2k)^2}\times \\ \sin(2k\omega t+\dfrac{\pi}{2})) \qquad (m=1) \\ \dfrac{Q_0}{m\pi}+\dfrac{2mQ_0}{\pi}\sum\limits_{k=1}^{\infty}(\dfrac{\cos\frac{k\pi}{2m}}{m^2-k^2}\times \\ \sin(k\omega t+\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{k\pi}{2})) \qquad (m\neq 1)\end{cases} \tag{5}$$

式中：Q_0 为中午时最大辐射量，$Q_0=0.131mQ_d$，Q_d 为总辐射量的日总量；$m=12/c$，c 为实际日照时间。

在计算中，上式级数只需取 10～20 项就可以得到土木工程要求的精确度。而对非周期性变化的阴雨天气，太阳辐射量日变化过程仍然可以用傅立叶级数逼近，其表达式为：

$$Q(t)=\frac{c_0}{2}+\sum_{k=1}^{12}(c_k\cos(k\omega t)+d_k\sin(k\omega t)) \tag{6}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{25}$$

$$c_k=\frac{2}{25}\sum_{j=0}^{24}(q_j\cos\frac{2\pi kj}{25})\ (k=0,1,\cdots,12)$$

$$d_k=\frac{2}{25}\sum_{j=0}^{24}(q_j\sin\frac{2\pi kj}{25})\ (k=1,2,\cdots,12)$$

$q_j(j=0,1,2,\cdots,24)$表示时刻为$t=0,1,2,\cdots,24$ 的太阳辐射量实测数据。

1.3 辐射换热

根据 Stefen－Boltzmanm 热辐射规律知：在不同温度时，路面和空气都各自向外辐射热能，同时也吸收来自对方的辐射热能，由于路表和空气之间的相互辐射和吸收形成路表辐射换热，因而辐射换热取决于大气和路表吸收率。目前，计算路面温度场时，把辐射换热考虑为是大气投射到路表的能量与

被路面吸收能量之差，并将此称作有效辐射，采用近似的方法处理辐射换热。如Barber 通过扣除太阳辐射量的1/3来计及有效辐射对路面温度场的影响；严作人等采用修正气温振幅的方法。作者认为这样处理是不够全面和合理的，必然给计算温度场带来较大误差。事实上，一段时间内，路表和周围大气之间不断反复进行着能量吸收和反射。路面材料和大气不同于黑体，应视为灰体处理。通过分析，最终得到路表和空气之间的辐射换热为：

$$\begin{aligned} q_s &= \sigma f_s (T_{ak}^4 - T_{sk}^4) \\ &= \sigma f_s (T_{ak}^2 + T_{sk}^2)(T_{ak} + T_{sk})(T_{ak} - T_{sk}) \end{aligned} \tag{7}$$

式中：σ 为Stefen－Boltzmanm 常数，$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}$；$f_s = \dfrac{\varepsilon_a \varepsilon_s}{1-(1-\varepsilon_a)(1-\varepsilon_s)}$ 称为辐射系数；ε_a、ε_s 为空气和路表的吸收率；T_{ak}和 T_{sk}为空气和路表的绝对温度。

为了方便，定义 $hr = \sigma f_s (T_{ak}^2 + T_{sk}^2)(T_{ak} + T_{sk})$ 为辐射热传导系数，则大气和路表的辐射换热的热流为：

$$q_s = hr(T_{ak} - T_{sk}) = hr(T_a - T_s) \tag{8}$$

1.4　进入路表的热流量

综上所述，进入路表热流应等于对流换热 P、太阳辐射 $Q(t)$ 及路表辐射换热 q_s 之和，考虑到路面的吸收率 α_s，即为：

$$\begin{aligned} q &= \alpha_s Q(t) + (\alpha_B + hr)[T_a - T_s] \\ &= \alpha_s Q(t) + B(T_a - T_s) \end{aligned} \tag{9}$$

式中：$B = 2.6(\sqrt[4]{\Delta T} + 1.54v) + \sigma f_s (T_{ak}^2 + T_{sk}^2) \times (T_{ak} + T_{sk})$，定义为路表复合传热换热系数，$\Delta T$ 为路面材料与周围温度之差，v 为外界环境风速。

B 值综合反映了当大气和路表之间温差为 1℃时，在单位时间内，通过单位面积时二者间进行对流换热和辐射换热之和，B 值大小与风速、气温、路面材料热物参数及路表光滑程度等因素有关。

2　路面结构温度场数学模型建立

路面结构温度场受到大气气温变化、太阳日辐射等环境因素影响，使得在道路长度和宽度方向上温度场可能是不均匀的，但以路面结构作为衡量程度的话，这种不均匀完全可以忽略。同时，路面结构材料的热物特性相差很大，因此，根据实际情况视路面结构为半无限连续介质下条带形层状体系。为了研究方便，做如下基本假设：

(1) 路面各层均为完全均匀和各项同性的连接体；

(2) 路面结构为带状物，不考虑温度沿道路纵向分布及温度沿深度方向的变化；

(3) 路面各层间接触良好，层间温度和热流连续。

2.1　热传导方程

设某层材料的热物性参数分别为导热系数 λ_i、导温系数 α_i、层厚 h_i、温度系数 $T_i(x,z)$，则 n 层体系的热传导方程为：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha_1 \dfrac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} & 0 \leqslant z \leqslant h_1 \\ \dfrac{\partial T_i}{\partial t} = \alpha_i \dfrac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} & \sum\limits_{j=1}^{i-1} h_j \leqslant z \leqslant \sum\limits_{j=1}^{i} h_j \\ \dfrac{\partial T_n}{\partial t} = \alpha_n \dfrac{\partial^2 T_n}{\partial z^2} & \sum\limits_{j=1}^{n-1} h_j \leqslant z \leqslant \sum\limits_{j=1}^{n} h_j \end{cases} \tag{10}$$

2.2　层间接触条件

根据基本假设(3)，在层间接触上、下 2 层的温度 T_i、T_{i+1} 以及热流 q_i、q_{i+1} 是连续的，即在层间边界上温度函数 $T_i(z,t)$ 满足热学中第四类边界条件：

$$\begin{cases} \lambda_i \dfrac{\partial T_i}{\partial z}\Bigg|_{z=\sum\limits_{j=1}^{i} h_j} = \lambda_{i+1} \dfrac{\partial T_{i+1}}{\partial z}\Bigg|_{z=\sum\limits_{j=1}^{i} h_j} \\ T_i \Bigg|_{z=\sum\limits_{j=1}^{i} h_j} = T_{i+1} \Bigg|_{z=\sum\limits_{j=1}^{i} h_j} & (i=1,2,\cdots,n-1) \end{cases} \tag{11}$$

2.3　边界条件

上边界条件：路表边界条件满足第二类和第三类边界条件的线性组合，即：

$$-\lambda \frac{\partial T_1}{\partial z}\Big|_{z=0} = B\left(T_a + \frac{\alpha_s Q(t)}{b} - T_1\big|_{z=0}\right) \tag{12}$$

复合换热系数 B 并不一定是常数，其与变化的大气温度、路表温度以及风速有关，而大气温度、路表温度随时间变化，因此该式是非线性边界条件。

下边界条件：受自然环境的影响，路表温度波动较大，而路基较深处温度波动相对环境波动来说非常小，可认为该处温度值为常数(地下常年不变温度值)。因此，路面结构体温度场还必须满足有界条件，即：

$$z \to \infty, T_n(t) \neq \infty \tag{13}$$

3　路面结构温度场的计算方法

确定层状路面结构体温度场可归纳为求解由式(10)、(11)、(12)、(13)组成的非线性边值问题的微分方程组，可以采用有限元、有限差分法以及边界元等数值方法求解，但不利于揭示温度场与大气、太阳

辐射等外界因素之间的关系，作者提出采用下面解析方法求解路面结构体温度场。

3.1　简单线性边界条件温度场理论解

简单线性边界条件温度场理论解，是指考虑一个周期性变化的最简单线性边界条件下的路面结构温度场解。假设外界环境按函数$\sin(\omega t)$或$\cos(\omega t)$变化，将其写成复数形式为$e^{j\omega t}$，则路表边界条件为：

$$-\lambda\frac{\partial T_1}{\partial z}\Big|_{z=0}=B(e^{j\omega t}-T_1|_{z=0}) \tag{14}$$

式中B假设为常数。当自然因素发生周期性变化时，路面以下不同深度处的温度都与外界环境作同频率的周期性变化，采用复变函数理论，求出路面结构体温度场复数解，取其虚部或实部则为满足边界条件式(14)的温度场解，即：

$$IT_i(z,\omega,t)=Im(A_ie^{-\beta_iz}e^{j(\omega t-\beta_iz)}+B_ie^{\beta_iz}e^{j(\omega t+\beta_iz)}) \tag{15}$$

或：

$$RT_i(z,\omega,t)=Rm(A_ie^{-\beta_iz}e^{j(\omega t-\beta_iz)}+B_ie^{\beta_iz}e^{j(\omega t+\beta_iz)}) \tag{16}$$

A_i、B_i可以根据边界条件确定。

3.2　非线性周期性边界条件温度场理论解

路表边界条件为式(12)时，气温和太阳日辐射规律均可表示为正弦或余弦的线形组合。所以首先将复合换热系数假设为常数，路表边界条件看成线性。采用线性叠加原理计算路面结构温度场，即表示为：

$$T_i(z,\omega,t)=TT_i+\frac{\alpha_s}{B}TQ_i \tag{17}$$

式中：TT_i、TQ_i分别为当边界条件仅为大气温度和太阳辐射时，对应引起的路面温度。

当大气温度和太阳辐射量变化规律用式(3)和式(5)表示时：

$$TT_i=\tilde{T}_a+\overline{T}_a[0.96IT_i(z,\omega,t-t_0)+0.146\times IT_i(z,2\omega,t-t_0)] \tag{18}$$

$$TQ_i=\begin{cases}\dfrac{Q_0}{\pi}+\dfrac{Q_0}{2}IT_i(z,\omega,t)+\dfrac{2Q_0}{\pi}\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{1-(2k)^2}\times IT_i\left(z,2k\omega,t+\dfrac{\pi}{4k\omega}\right)\right) & (m=1)\\ \dfrac{Q_0}{m\pi}+\dfrac{2mQ_0}{\pi}\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(\dfrac{\cos\frac{k\pi}{2m}}{m^2-k^2}\times IT_i\left(z,k\omega,t+\dfrac{\pi}{2k\omega}-\dfrac{\pi}{2\omega}\right)\right) & (m\neq1)\end{cases} \tag{19}$$

当大气气温和太阳辐射量由式(4)和式(6)表示时：

$$TT_i=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{12}(a_kRT_i(z,k\omega,t)+b_kIT_i(z,k\omega,t)) \tag{20}$$

$$TQ_i=\frac{c_0}{2}+\sum_{k=1}^{12}(c_kRT_i(z,k\omega,t)+d_kIT_i(z,k\omega,t)) \tag{21}$$

然后采用下面步骤用逐步逼近迭代法确定路面结构温度场解：

(1)令迭代次数$n=1$，假设路表复合换热系数为一常数，根据上面方法确定出线性边界条件下温度场理论解；

(2)将计算出的路表温度和气温、风速代入路表复合换热系数表达式中，求出最新复合换热系数值；

(3)当$n>1$时，检查其收敛性，如果满足条件$\left|\dfrac{(B)_n-(B)_{n-1}}{(B)_{n-1}}\right|\leqslant\sigma_1$($\sigma_1$为规定的最小值)，并且$\left|\dfrac{(T_s)_n-(T_s)_{n-1}}{(T_s)_{n-1}}\right|\leqslant\sigma_2$($\sigma_2$为规定最小值)，则第$n$次迭代计算值为路面结构温度场理论解，否则取$n=n+1$再按上述步骤重新计算，直到满足条件为止。

3.3　非周期性气候条件下温度场理论解

上面研究的周期性气候条件下路面结构温度场理论解，是在我们假定不同深度处温度场变化和外界温度变化具有相同频率条件下得到的。但是对于初冬季节、大幅度降温等非周期性变化的气候，路面结构温度场却不满足该条件，利用上述周期性气候条件下温度场理论解来估计将会出现较大误差。然而路面裂缝形成恰恰是发生在冬季低温季节和大幅度降温时候，因此很有必要来研究此问题。

由于用解析法求解该问题的过程十分复杂，不易给出具体的数学表达式，同时路表温度完全由当天的外界气候条件和路面材料特性所决定，并且路面材料的当量导温系数十分接近[10]，因此，可将层状路面体系简化后做近似处理。首先用前面建立的周期性变化的温度场准确计算出非周期性气候条件下路表温度和初始温度条件，然后将层状结构路面体在非周期性气候条件下的温度分布转化为第一类边界条件下半无限体的传热问题来处理。综合上述，处理该问题转化为求解下列导热问题：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial T}{\partial t}=\alpha_0\dfrac{\partial^2 T}{\partial^2 t}\\ T_1(z_0,t)|_{z=0}=T_0(t+t_0)\\ T_2(z_0,t)|_{t=0}=T(z_0,t_0)\end{cases} \tag{22}$$

式中：t_0 表示气候转变为非周期气候的开始时刻；t 表示降温时间；$T(z_0,t_0)$、$T_0(t+t_0)$是初始条件温度和路表温度；α_0 为选择的基准导温系数；z_0 为当量结构厚度。

利用 Laplace 变换及其反演方法推导得到任意时刻的路面结构温度场表示为：

$$T(z_0,t+t_0)=T(z_0,t_0)+\frac{z_0}{\sqrt{4\pi\alpha_0}}\int_0^t\frac{[T_0(t_1+t_0)-T_0(t_0)]}{\sqrt{(t-t_1)^3}}\times\exp[-\frac{z_0^2}{4\alpha_0(t-t_1)}]dt_1 \tag{23}$$

4　结语

通过对路面结构温度场研究状况的概括性总结，可以从气候学和传热学基本原理出发建立适应路面结构温度场的数学模型，经过求解可以分析路面结构温度场分布情况及其影响因素。本文提出的计算方法能够较方便准确地估计路面结构温度分布，为我们以后研究自然环境条件下路面结构温度应力提供了理论基础。但是由于道路结构复杂，影响因素较多，有些问题还需进一步研究。

参考文献：

[1] J T Christison. The Response of Asphalt Concrete Pavements to Low Temperature Climatic Environments [C]. America: The University of Michigan, 1992.

[2] Kingham R L. A New Temperature Correction Procedure for Benkelmen－Beam Rebound Deflection[J]. The Asphalt Institute Research Record, 1969, (1).

[3] 景天然，严作人. 水泥混凝土路面温度状况的研究[J]. 同济大学学报，1980，(3).

[4] Choubance B, Tia M. Analysis and Verifica-tion of Thermal-Gradient Effects on Concrete Pave-ment [J]. Journal of Transportation Engineering, 1995, 121 (1).

[5] Barber F S. Calculation of Maximum Pavement Temperature from Weather Report [R]. Washington D. C: Highway Research Board Bulletion, 1957.

[6] Pretorius P C. Consideration for Pavements Containing Soil-Cement Base [D]. America: University of California Berkley, 1969.

[7] 严作人. 层状路面体系的温度场分析[J]. 同济大学学报，1984，(3).

[8] 吴赣昌. 层状路面体系的温度场分析[J]. 中国公路学报，1992，5(4).

[9] 吴赣昌. 半刚性基层沥青路面温度场的解析理论[J]. 应用数学与力学，1997，18(2).

[10] 谈至明. 路面结构低温状况分析[J]. 同济大学学报，1999，27(5).

General Situation of Studies on Non-Linear Temperature Field in Layered Pavement Structural System

SONG Cun-niu

(College of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: The temperature field distribution in pavement structure reflects pavement structural roles acted by external environmental factors. And temperature stress caused by road temperature is one of the most important factors damaging pavements. So the studies on pavement temperature have theoretical guiding importance and high use value in engineering. The conditions of study on this problem are summarized in this paper, and existing prollems of studying process and calculating method are discussed too.

Key words: pavement structure; temperature field; general situation