

文章编号: 0451-0712(2005)02-0001-07

中图分类号: TP319

文献标识码: A

对“应用平面杆系有限元法程序分析连续弯箱梁桥”一文的补充

程翔云

(湖南大学土木工程学院 长沙市 410082)

摘 要: 文中补充了两项内容: (1) 验证了应用平面杆系有限元法程序也能分析混合型(抗扭支座与点铰支座兼有)连续弯箱梁桥的截面内力; (2) 找到了另一种更简便的方法来计算该类桥型中两个特殊截面(跨中和中支点截面)的内力。

关键词: 抗扭支座; 点铰支座; 翘曲应力; 弯矩换算公式

1 前言

1.1 两项补充内容

作者在“应用平面杆系有限元法程序分析连续弯箱梁桥”一文中^[1], 所探讨的连续弯梁桥属于全桥均设置抗扭支座的连续结构。本文将继此后补充以下两项内容。

(1) 按照文献[1]中的原理和公式分析了两座兼有抗扭支座和单点铰支座的, 所谓“混合型”连续弯箱梁桥, 并且给出了在几种工况下其截面内力和应力的计算结果。

(2) 对于其中的特殊截面(各跨跨中及中支点), 本文还探索出一种更为简便的近似分析方法, 即直接采用由程序输出的展直结构之跨中截面内力, 再经过简单的换算后, 便能得到与相应截面实际内力相接近的近似值, 完全避免了再通过查表手算来求算截面内力的繁琐过程。

1.2 两点说明

(1) 本文的研究结果尚属初步探讨中所取得的一点心得, 定有不完善之处。提出这些计算方法和计算结果, 为的是希望广大学者在此基础上帮助做进一步的修正、补充和提高。

(2) 本文近似方法在目前仅供设计人员在初步设计中, 对截面内力和应力做粗略的估算, 以及当遇到两个程序所算得的结果发生矛盾时, 可以应用它来做初步判断的参考。

2 混合型连续弯箱梁桥的计算要点

2.1 计算图式

由于本文是文献[1]的继续, 故仍选用该文示例中第Ⅱ种结构布置和截面尺寸, 仅将其中的支座型式做了两种方案的调整, 如图 1(1)所示。按照文献[2, 3]的翘曲扭转理论, 对它们可以分别选取图 1(2)所示的基本结构, 并据此可以建立四次和五次的双三力矩方程, 为节省篇幅, 这些方程的显式不再列出。

其次, 尽管两种方案在支座型式及其布置上有所差异, 但它们的近似计算模型是同样的一个, 如图 1(4)所示, 并且与文献[1]中全抗扭支承型结构所选用的计算模型完全相同。

2.2 计算工况和计算截面

为了较全面地了解结构的内力和应力分布特点, 本文对方案Ⅰ结构计算了共 5 种工况(计入体积偏心的结构自重, 汽车—20 级布置在第 1 跨和第 2 跨, 但合力作用点分别偏于内外弧侧 2.1 m 处, 以及汽车—20 级重车布置第 2 跨, 但合力作用点也是分别偏于内、外弧侧 2.1 m 处等); 对方案Ⅱ结构计算了共 7 种工况(与方案Ⅰ相似, 包括结构自重, 汽车—20 级布置在第 2 和第 3 跨, 重车分别布置在第 1 跨和第 2 跨, 但合力作用点又分为偏于内、外弧侧 2.1 m 处等), 如图 1(3)所示。计算截面包含有第 1、第 2 跨跨中截面和第 2、第 3 支点截面, 详见后面表 2、表 3。

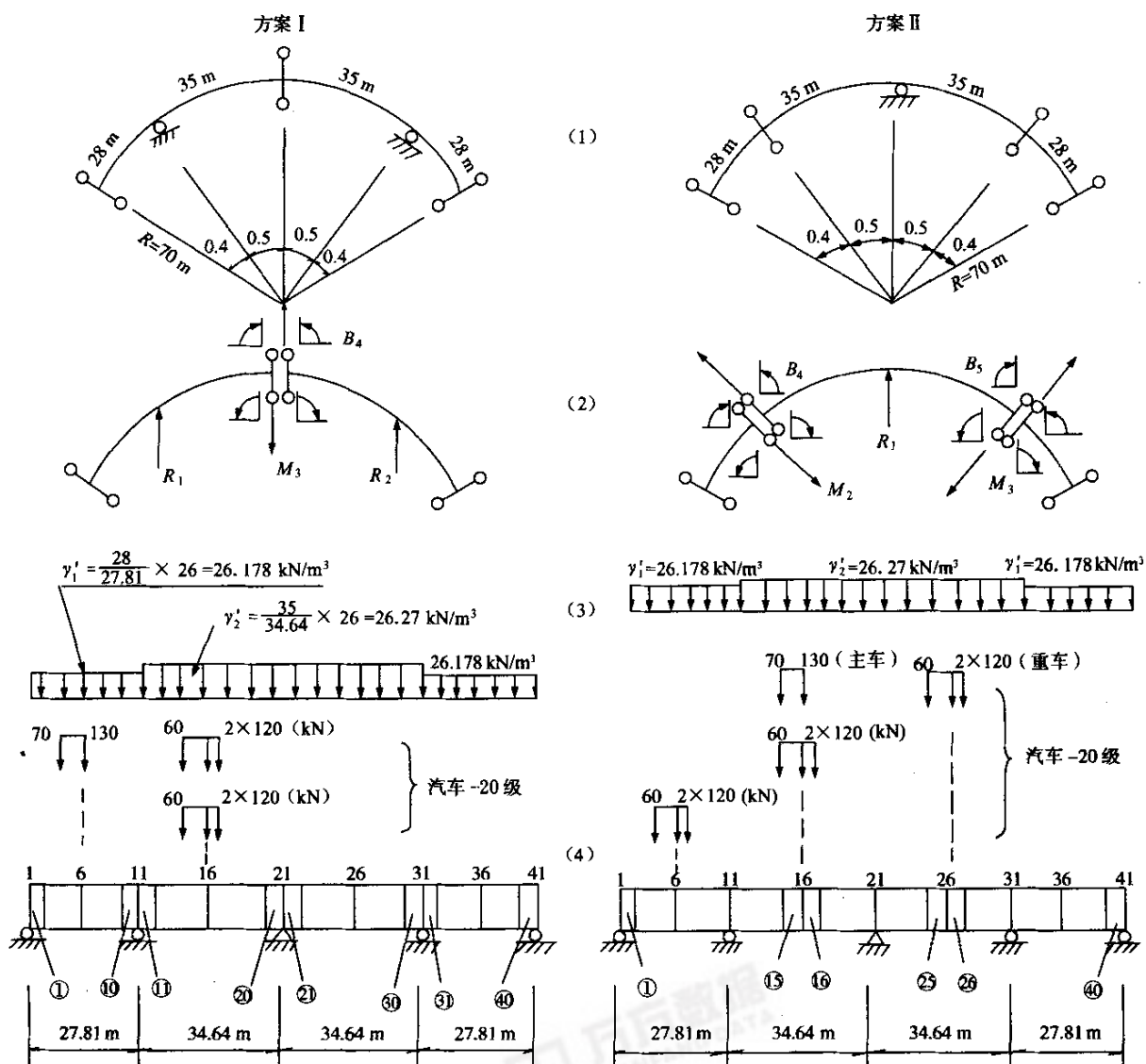


图 1 混合型连续弯箱梁桥计算图式

2.3 关于应力增大系数 ξ 和垂直支反力 $R_{\text{支}}$

对于本文混合支承型结构,其结构的展直方法和应力增大系数的计算公式均与文献[1]中的完全相同,但要强调和补充的有以下三点。

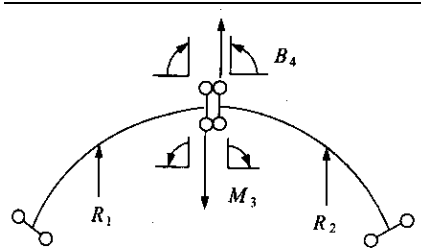
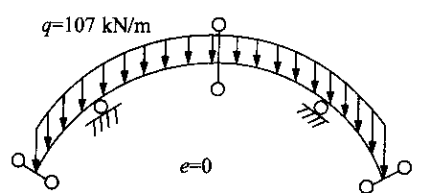
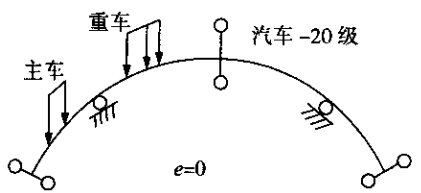
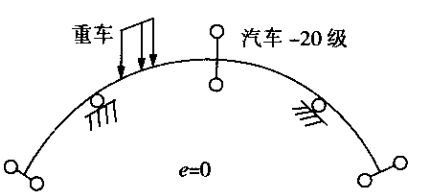
(1)在应用平面杆系有限元法程序分析图 1(4)中的展直结构模型时,所有的外荷载只考虑垂直力,而没有计入因偏心产生的扭转荷载,这个影响将由应力增大系数($\xi_{\text{梁}}$ 、 $\xi_{\text{梁}}$ 、 $\xi_{\text{梁}}$)加以考虑。

(2)由展直结构模型算得中支点截面的弯矩以后,还需要按照文献[1]中的式(4)换算为与实际结构截面相接近的弯矩近似值;但这时所得出的支点垂直反力 $R_{\text{支}}$ 就等于实际结构的支反力,不需再做任何换算。表 1

列出了按照这样的计算模型在若干种垂直荷载工况下的赘余弯矩和赘余支反力,并与按文献[2,3]的理论分析值做了对比,表明二者十分吻合。

(3)在确定连续弯梁桥位于不同区段的截面应力增大系数 ξ 之前,必须先确定出等代超静定简支跨的曲线跨长 $S(=R\phi)$,通过试算探索,认为在即将颁布的新桥规中有关连续直梁桥的相应规定,其有参考价值,即:对于边跨的跨中区段取等于 $0.8 S_{\text{边}}$;对于各中间跨的跨中区段取等于 $0.6 S_{\text{中}}$;对于各中间支点区段可取与该支点相毗邻两跨跨径之和的 0.2 倍 $[=0.2(S_i + S_{i+1})]$,新桥规的这项规定与文献[5]中的是一致的。

表 1 a 计算赘余力的两种方法对比

	计 算 方 法	赘 余 力		
		R_1/kN	R_2/kN	$M_3/(\text{kN} \cdot \text{m})$
	按文献[2,3]	3 748	3 748	-11 170
	本文模型	3 741	3 741	-11 260
	按文献[2,3]	309.8	-32.79	-693.80
	本文模型	308.1	-31.59	-695.83
	按文献[2,3]	185.0	-39.20	-829.50
	本文模型	184.0	-37.52	-826.70

2.4 计算结果与分析

2.4.1 计算结果

按照上述计算图式和工况,用不同方法算得的结果一并汇总列出于表2和表3。这里对比二表做以下几点说明。

(1)再次说明,表中结构的截面尺寸和技术特性与文献[1]中的完全相同,故本文从略。

(2)表中的第一近似法就是文献[1]中阐述的方法,它是先按展直结构求赘余力,再查《手册用表》计算任意截面的内力和平均应力,最后用应力增大系数 ξ 计入翘曲扭转因素产生的影响。

(3)表中的第二近似法是作者后来发现的一个规律,该法仅适用于求算跨中和支点两类截面的内力和应力,它与第一近似法最大不同点在于:直接从程序输出中取出该两类截面的内力,经过简单地复位换算后,便得到与实际弯梁桥截面相接近的内力值,不必再经过查表运算的过程。因此,它更具有优越性,尤其是这两类截面一般属于控制截面。有关该法的细节,本文后面还将叙及。

(4)表中恒截的偏心矩 e ,指的是结构的体积偏

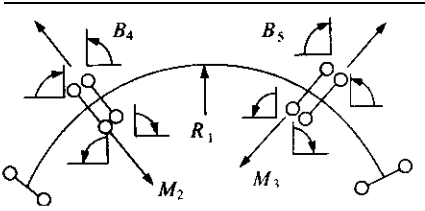
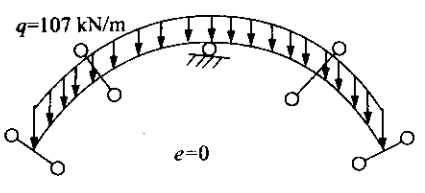
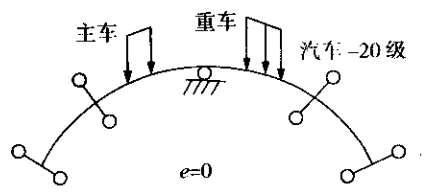
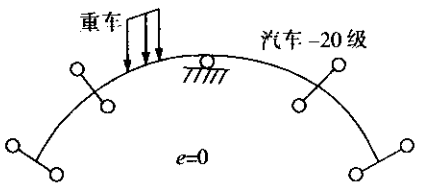
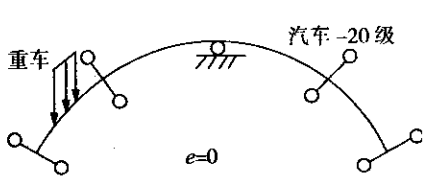
心,它一般偏向于桥面中心线朝外弧的一侧,故只计算它的一种工况。对于车辆活载,朝两侧的偏离都有可能,故分别按两种工况进行计算。一般情况是,当车列朝外弧侧偏离时,箱梁在外弧侧上、下两个角点的正应力 σ_+ 、 σ_- 值要大于内弧侧值;反之,则内弧侧值大于同一工况下的外弧侧者,但也有个别反常情况出现。若按照经典理论公式计算^[2,3],必须对这两种工况都进行计算,取其中最大值控制截面设计。本文近似法均用 $e=0$ 进行计算,求截面的平均应力 $\bar{\sigma}_+$ 、 $\bar{\sigma}_-$,再用应力增大系数 ξ_+ 和 ξ_- 来计入因偏离产生翘曲正应力影响,所得出的结果相当于该截面4个角点的应力包络图。

2.4.2 初步分析

(1)从表中的计算结果对比表明,第一近似法值与理论分析值的相对误差约在 $\pm 5\%$ 左右,但也有部分结果超出这个范围;第二近似法似更接近理论分析值一些。从总的来看,本文近似法用来粗略估算截面应力和判断由其他方法算得的结果是否正确,是具有实用价值的。

(2)本文在按理论分析的过程中,初步了解到,

表 1 b

	计 算 方 法	赘 余 力		
		R_1/kN	$M_2/(\text{kN} \cdot \text{m})$	$M_3/(\text{kN} \cdot \text{m})$
	按文献[2,3]	3 761	-10 850	-10 850
	本文模型	3 760	-10 874	-10 874
	按文献[2,3]	291.1	-361.8	-717.4
	本文模型	289.9	-368.0	-713.5
	按文献[2,3]	176.9	-883.1	241.8
	本文模型	176.1	-870.4	227.8
	按文献[2,3]	-35.18	-749.2	-61.47
	本文模型	-34.15	-752.9	-56.09

注:表中“本文模型”一行中的所有 R_i 值,均按图1(4)模型由程序直接输出的结果,未做任何换算;在“按文献[2,3]”诸行中未示出双力矩值。

翘曲双力矩 B_{ω} 产生的翘曲正应力 σ_{ω} 究竟在总正应力中占有多大的比重,其中要以箱梁外弧侧上角点处较突出。若用 $\sigma_{\omega}^{\pm}/(\sigma_{\pm}+\sigma_{\omega}^{\pm})$ 的比值来表示的话,则有:对于恒载工况约为10%;对于活载工况的支点截面约为10%,跨中截面却高达25%。由于数据颇多,不便一一列出,仅举表2中序号4的工况为例来说明。当 $e=-2.1\text{ m}$ 时, $\sigma_{\omega}^{\pm}=-138.93\text{ kN/m}^2$,而上缘总正应力为 $\sum\sigma_{\pm}=-547.82\text{ kN/m}^2$,由此得相对比值为25.36%。相应地,表2中的序号5和表3中的序号4、5,这个比值依次为24.27%、24.46%和24.25%(注:上述计算中,汽车-20级的轴重和轴距见文献[4])。

由此可见,在连续弯梁桥的设计中,翘曲扭转对跨中截面是一个不容忽视的因素。

3 第二近似计算法的若干说明

3.1 基本原理

现在再来阐明一下,为什么跨中截面的内力可以直接从图1(4)展直模型的输出中取出,只需做简单的换算,就能得到所需要的结果。理由很简单,从图2中不难看出,连续弯梁桥每一跨的跨中截面都与同一跨弦杆(两支点连线)呈正交的,展直结构的弯矩值只需做简单的三角运算,便能换算为实际弯梁截面弯矩的近似值,其余截面也有可能做某种方式的换算,但公式会复杂得多。至于支点截面,虽然不一定与展直结构模型呈正交,但它在展直过程中处在转动中心的位置,故它的弯矩值复位运算,也是较简单的。

3.2 跨中截面弯矩换算公式

如果连续弯梁桥的支座、曲线跨长和弦杆长均

按图2所示进行编号,并用 M_{oi} 、 M_{oi}^z 分别表示第 i 号跨中截面弯矩和对应的展直结构跨中弯矩的话,那么,它们二者的关系便可表为与文献[1]中式(4)相似的表达式,即:

$$M_{oi} = M_{oi}^z / \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \quad (1)$$

$$\text{其中: } \theta_i = \frac{1}{2}(\phi_i + \phi_{i+1}) \quad (2a)$$

(i 号跨位于图2中A区段)

$$\text{或者: } \theta_i = \frac{1}{2}(\phi_{i-1} + \phi_i) \quad (2b)$$

(i 号跨位于图2中B区段)

式中的 ϕ_i 表示连续弯梁桥 i 号跨的圆心角(参见图2)。对于全桥具有奇数跨的中间跨,当它的左、右侧跨长布置不完全对称时,则 θ_i 可先按式(2a)和式(2b)分别计算后,再取其平均值。

3.3 举例

现仍用表2中序号4的计算值加以说明。按照图1(4)的计算模型,从程序输出中得到对应于第2跨的跨中截面弯矩 $M_{o2}^z = 1\,397 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。由于第2跨($i=2$)处于A区段,故按式(2a)得 $\theta_2 = \frac{1}{2}(\phi_2 + \phi_3) = \frac{1}{2}(0.5 + 0.5) = 0.5$ ($\phi_2 = \phi_3 = \frac{S_2}{R} = \frac{35}{70} = 0.5$)。将 θ_2 值代入式(1),便得到 $M_{o2} = 1\,397 / \cos\left(\frac{0.5}{2}\right) = 1\,441.82 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。表2、表3中所有的相应行,都是按这个步骤计算得出的。

3.4 应用的扩宽

从上述举例可以看出,第二近似法比第一近似

法又简化了很多。由此可以充分利用平面杆系有限元法程序中影响线加载法的功能,求出展直结构模型中各跨跨中及支点的最大(或最小)弯矩 $M_{oi(\max)}^z$ 、 $M_{i(\max)}^z$,再应用应力增大系数 ξ 便能得到所求截面正应力沿横向的分布。

4 结语

通过上述的分析,提出以下的建议,供读者参考。

(1)因翘曲扭转产生的正应力占总正应力值具有一定的比例,不可忽视。因此,建议设计人员,若按照纯扭转理论分析截面内力时,可以参照本文分析,对截面内、外弧侧的应力给以适当的修正。

(2)当求算截面选在各跨跨中和中间支点上时,建议应用本文第二近似法;对于其余截面,当没有找到更合适的计算公式时,可以采用本文第一近似法,用来估算和判断截面正应力。

参考文献:

- [1] 程翔云,应用平面杆系有限元法程序分析连续弯箱梁桥[J].公路,2004,(10).
- [2] 李惠生、张罗溪.曲线梁桥结构分析[M].北京:中国铁道出版社,1992.
- [3] 黄剑源.薄壁结构的扭转分析——曲线梁与斜支箱形梁[M].北京:中国铁道出版社,1998.
- [4] JTJ 001-97,公路工程技术标准[S].
- [5] 辛济平,等译.美国公路桥梁设计规范[S].北京:人民交通出版社,1998.

Supplement to Paper of “Analysis of Continuous Curved Box Girder Bridges by Plan Element Computer Program”

CHENG Xiang-yun

(Civil Engineering Institute, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: In this paper two contents are replenished: (1) it is verified that cross sectional forces of continuous curved box girder bridges, installed not only anti-torsional bearings but also point-hinge bearings, may be analysed by the plan element computer program; (2) the orther simplest method calculating the internal forces for two types of special section (midpoint of spans and middle supports of these bridges) is obtained.

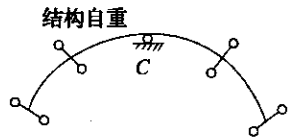
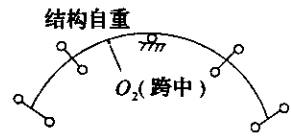
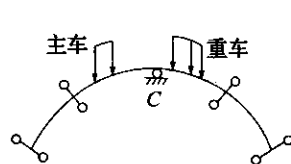
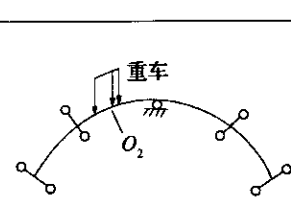
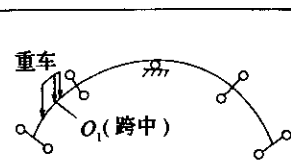
Key words: anti-torsional bearing; point-hinge bearing; waping stress; conversion formula of moment

表2 连续弯梁桥截面内力及应力计算结果汇总—— 支座布置按方案 I

图式 (28 m+2×35 m+28 m) R=70 m,汽车-20 级	计算截面	计算方法	荷载合力 点偏心 e m	截面内力		应力增大系数 ξ	箱梁角点正应力/(kN/m ²)			
				$\frac{M}{\text{kN} \cdot \text{m}}$	$\frac{B_{\omega}}{\text{kN} \cdot \text{m}^2}$		外弧侧		内弧侧	
							$\sigma_{\text{上}}$	$\sigma_{\text{下}}$	$\sigma_{\text{上}}$	$\sigma_{\text{下}}$
	B	按文献[2,3]	-0.058 7	-10 906.81	470.49	—	3 532.48	-5 508.75	2 874.25	-4 776.52
		第一近似法	0	-10 772.89	—	$\xi_{\text{外}}=1.074\ 9$	3 401.01	-5 482.80	3 164.02	-5 079.49
		第二近似法		-10 884.0	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	3 436.09	-5 539.35	3 196.65	-5 131.88
	O ₂	按文献[2,3]	-0.058 7	5 433.43	-317.31	—	-1 817.18	2 808.82	-1 373.85	2 314.98
		第一近似法	0	5 454.24	—	$\xi_{\text{外}}=1.068\ 6$	-1 711.19	2 747.12	-1 601.34	2 570.77
		第二近似法		5 637.25	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	-1 769.26	2 840.34	-1 655.68	2 658.00
	B	按文献[2,3]	-2.1	-1 565.78	77.21	—	513.89	-798.36	405.86	-678.19
			2.1	-1 163.07	54.69		379.86	-590.95	303.34	-505.83
		第一近似法	0	-1 336.22	—	$\xi_{\text{外}}=1.456\ 5$	571.61	-917.65	468.70	-752.45
		第二近似法		-1 354.13	—	$\xi_{\text{内}}=1.194\ 3$	579.27	-929.95	479.98	-762.54
	O ₂	按文献[2,3]	-2.1	1 392.22	-198.63	—	-547.82	810.99	-269.97	501.89
			2.1	1 465.85	45.68		-398.57	655.57	-462.48	726.67
		第一近似法	0	1 427.53	—	$\xi_{\text{外}}=1.247\ 0$	-522.83	839.34	-419.27	673.09
		第二近似法		1 441.82	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	-528.60	847.74	-423.47	679.83
	O ₂	按文献[2,3]	-2.1	1 571.97	-211.60	—	-609.71	905.85	-313.67	576.53
			2.1	1 616.50	36.35		-449.34	733.90	-500.20	790.48
		第一近似法	0	1 603.46	—	$\xi_{\text{外}}=1.247\ 0$	-587.26	942.78	-470.94	756.04
		第二近似法		1 622.44	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	-594.21	953.94	-476.51	764.99

注:1. e 为“-”时,表示合力点位于外弧侧,反之在内弧侧;
2. 正应力为拉时取“+”,反之“-”。

表 3 连续弯梁桥截面内力及应力计算结果汇总——支座布置按方案Ⅰ

图 号	图 式 (28 m+2×35 m+28 m) (R=70 m,汽车-20 级)	计算截面	计算方法	荷载合力 点偏心 e m	截面内力		应力增大系数 ξ	箱梁角点正应力/(kN/m ²)			
					$\frac{M}{\text{kN} \cdot \text{m}}$	$\frac{B_w}{\text{kN} \cdot \text{m}^2}$		外弧侧		内弧侧	
								$\sigma_{\text{上}}$	$\sigma_{\text{下}}$	$\sigma_{\text{上}}$	$\sigma_{\text{下}}$
1		C	按文献[2,3]	-0.058 7	-11 234.46	490.77	—	3 642.90	-5 679.03	2 956.29	-4 955.22
			第一近似法	0	-11 147.57	—	$\xi_{\text{外}}=1.073\ 2$	3 513.74	-5 640.90	3 274.07	-5 256.15
			第二近似法		-10 950.42	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	3 451.60	-5 541.14	3 216.17	-5 163.19
2		O ₂	按文献[2,3]	-0.058 7	5 429.50	-316.57	—	-1 816.12	2 806.41	-1 373.20	2 313.68
			第一近似法	0	5 458.12	—	$\xi_{\text{外}}=1.068\ 6$	-1 713.04	2 750.09	-1 603.07	2 573.54
			第二近似法		5 637.25	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	-1 769.26	2 840.35	-1 656.33	2 658.00
3		C	按文献[2,3]	-2.1	-1 587.97	79.82	—	522.23	-810.85	410.56	-686.63
				2.1	-1 148.62	54.78		375.67	-584.21	299.03	-498.96
			第一近似法	0	-1 342.84	—	$\xi_{\text{外}}=1.394\ 5$	549.98	-882.94	446.65	-717.05
					第二近似法	-1 364.13	—	$\xi_{\text{内}}=1.134\ 5$	558.82	-897.13	453.83
4		O ₂	按文献[2,3]	-2.1	1 571.50	-213.48	—	-610.42	906.34	-311.75	574.10
				2.1	1 614.36	38.42		-447.74	732.04	-501.49	791.83
			第一近似法	0	1 606.98	—	$\xi_{\text{外}}=1.247\ 0$	588.55	944.85	-471.97	757.70
					第二近似法	1 622.44	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	594.21	953.94	-476.51
5		O ₂	按文献[2,3]	-2.1	1 574.91	-211.73	—	-610.67	907.34	-314.45	577.82
				2.1	1 508.16	43.00		-412.87	677.64	-473.03	744.57
			第一近似法	0	1 539.65	—	$\xi_{\text{外}}=1.232\ 6$	-557.38	894.81	-452.20	725.57
					第二近似法	1 554.17	—	$\xi_{\text{内}}=1.0$	-562.64	903.25	-456.46

注:与表 2 中同。